

La Storia:
Finzione
o Scienza?

C R O N O L O G I A

3

di Anatoly T. Fomenko

traduzione libera in italiano: CZAR Claudio dell'Orda

PARTE 1

La datazione dell'Almagesto

di A. T. Fomenko, V. V. Kalashnikov,
G. V. Nosovskij

La datazione del catalogo stellare dell'*Almagesto*. Il metodo statistico e quello geometrico.

1. Il kernel informativo del catalogo è formato dalle stelle con nome misurate bene.

L'analisi del catalogo stellare *Almagesto* descritta nei Capitoli 2-6 aveva l'obiettivo di ridurre le discrepanze latitudinali nelle coordinate stellari compensando l'errore sistematico scoperto nel catalogo.

Di conseguenza, abbiamo dimostrato che quando il compilatore dell'*Almagesto* afferma che il margine di precisione delle sue misurazioni inferiore a 10' è giustificato, almeno per quanto riguarda le latitudini della maggior parte delle stelle nella regione celeste A. Riteniamo che questa circostanza sia di fondamentale importanza.

Tuttavia, possiamo datare il catalogo dell'*Almagesto* considerando solo le stelle veloci e misurabili precisamente a priori. In altre parole, ai fini della datazione occorrono le stime individuali degli errori. Le nostre caratteristiche statistiche non possono dirci nulla sulla precisione delle misurazioni delle coordinate stellari effettive o sulle stelle misurate con la massima precisione.

La scelta delle stelle può essere definita solo da considerazioni ragionevoli basate sui metodi pratici di misurazione delle coordinate stellari utilizzati dagli antichi (vedere Capitolo 1). È risaputo che le misurazioni della maggior parte delle coordinate stellari si son sempre basate sulle cosiddette stelle di riferimento, il cui numero è piuttosto piccolo rispetto al numero totale delle stelle nel catalogo.

Cominciamo ribadendo una serie di considerazioni espresse nei capitoli precedenti, che serviranno da base per il nostro metodo di datazione.

Sfortunatamente, non sappiamo quale sia stato l'insieme delle stelle di riferimento usato dall'autore dell'*Almagesto*. Tutto ciò che sappiamo è che deve aver incluso Regolo e Spiga, dal momento che la misurazione delle loro coordinate è stata discussa in specifiche sezioni separate dell'*Almagesto*. Tuttavia, avrebbe senso presumere che il compilatore del catalogo fu più preciso quando misurò le coordinate delle stelle con nome. Come abbiamo detto in precedenza, nell'*Almagesto* ce ne sono dodici: Arturo, Regolo, Spiga, Previandematrix, Capella, Lira = Vega, Procione, Sirio, Antares, Aquila = Altair, Aselli e Canopo.

L'identità delle stelle di riferimento di Tolomeo (quelle usate per le misurazioni delle coordinate planetarie) è un problema che fu studiato in [1120]. E' venuto fuori che le stelle in questione furono le seguenti (Tolomeo in realtà le menziona come stelle di riferimento dell'eclittica): Aldebaran = α Tau, Regolo, Spiga e Antares. Nell'*Almagesto*, tre di loro hanno un nome proprio, vale a dire Regolo, Spiga e Antares. A quanto pare, per le osservazioni planetarie Tolomeo dovette aggiungere anche Aldebaran. Tra l'altro, tutte e quattro le stelle sono state incluse nella nostra TABELLA 4.3.

Le dodici stelle con nome dell'*Almagesto* sono luminose e chiaramente visibili sullo sfondo, e offrono un utile insieme di punti di riferimento sulla sfera celeste. La circostanza più importante è che una parte sufficientemente grande di queste stelle è caratterizzata da una velocità sostanziale di moto proprio, in particolare Arturo, Procione e Sirio.

Delle dodici stelle dell'*Almagesto*, sette si trovano nell'area celeste *Zod A* o nelle sue immediate vicinanze. Sono le seguenti: Arturo, Spiga, Procione, Aselli, Previandematrix, Regolo e Antares. Nove delle stelle con nome circondano l'area *A*: la precedente serie deve essere integrata da Lira = Vega e Capella. Per cui, anche se queste 12 stelle non fossero state usate come riferimento, molto probabilmente le loro coordinate sarebbero state misurate con sufficiente precisione.

Tuttavia, nonostante la probabile alta precisione delle loro coordinate misurate nell'*Almagesto*, le stelle comprese in questo gruppo non sono affatto di uguale importanza. La nostra analisi ha rivelato quanto segue:

- 1) Canopo si trova nel lontano sud, quindi la precisione delle misurazioni è fortemente influenzata dalla rifrazione. Pertanto, nonostante tutti gli sforzi del compilatore dell'*Almagesto*, le coordinate di questa stella indicate nel catalogo sono note a priori per essere sbagliate per più di un grado.
- 2) Le coordinate di Previandematrix misurate dal compilatore dell'*Almagesto* rimangono a noi sconosciute: conosciamo solo i risultati delle ultime ricerche ([1339]).
- 3) Come abbiamo scoperto nel Capitolo 6, gli errori di gruppo nelle aree circostanti Sirio e l'Aquila non concordano con l'errore inerente alle coordinate di tutte le altre stelle. Non siamo in grado di calcolare la percentuale di questi errori: di conseguenza nel loro caso la compensazione non servirà a nulla.

Quindi, siamo giunti alle 8 stelle con nome che possiamo utilizzare ai fini della datazione. Le stelle che le circondano hanno un singolo errore di gruppo nelle loro coordinate; per lo meno, il componente γ di questo errore è lo stesso in tutti i casi. Chiameremo queste stelle come il *kernel informativo* del catalogo dell'*Almagesto*.

Avrebbe senso formulare la seguente ipotesi. Se il tasso di precisione dichiarato dal compilatore del catalogo fosse effettivamente vero, la sua manifestazione nel kernel informativo del catalogo sarebbe garantita dopo la compensazione dell'errore di gruppo.

Si tratta proprio dell'ipotesi su cui si basa la datazione dei cataloghi stellari.

Tuttavia, il fatto che il kernel informativo del catalogo abbia la capacità di aiutarci con la sua datazione, è tutt'altro che ovvio. In linea generale, il fatto che siamo riusciti a ricostruire i valori effettivi degli errori casuali inerenti al catalogo dell'*Almagesto* per mezzo della compensazione dell'errore di gruppo, non implica che i singoli errori nelle coordinate del kernel del catalogo stellare siano uguali. Non è molto probabile che esista una discrepanza di questo tipo: che la stella centrale di un gruppo sembra avere lo stesso tipo di errore sia nelle sue coordinate che nelle aree circostanti più vicine. Tuttavia, a rigor di termini, l'ipotetica esistenza di una tale discrepanza deve essere comunque presa in considerazione. A parte questo, non si deve escludere la possibilità che le coordinate di una stella inclusa nel kernel informativo del catalogo, siano state misurate con un margine di errore superiore a 10'.

Quanto sopra ci dice che se riuscissimo a trovare un momento nel tempo conforme ai requisiti della nostra ipotesi, saremmo in grado di dimostrare ancora una volta la correttezza delle nostre congetture statistiche iniziali.

2. Le considerazioni preliminari in riferimento alla datazione del catalogo dell'*Almagesto* tramite le variazioni nelle coordinate delle stelle con nome.

Nel primo paragrafo abbiamo individuato il gruppo delle stelle che abbiamo chiamato il kernel informativo dell'*Almagesto*. Di seguito considereremo il suo comportamento nei dettagli. Ciò che

dobbiamo analizzare qui è il comportamento di tutte le 12 stelle con nome dell'*Almagesto* in una sola volta. Questo studio preliminare dimostra perfettamente bene di quanto aumenti il tasso di precisione del catalogo dell'*Almagesto* dopo la compensazione dell'errore sistematico. Inoltre, fornisce ulteriori spiegazioni sul fatto che tre stelle con nome su dodici (Canopo, Sirio e Aquila = Altair) rompono l'omogeneità di tutto il campione. Abbiamo appreso che queste stelle sono dei "refusi" rispetto a tutte le altre stelle con nome. Di seguito, nel nostro studio di tutte e 12 le stelle con nome, useremo le coordinate di Previandematrix da [1339] che a quanto pare furono calcolate da Halley. Useremo $\Delta B_i(t, \gamma, \varphi)$ per riferirci alla differenza tra la latitudine della stella i e il kernel informativo dell'*Almagesto* dopo la compensazione dell'errore sistematico (γ, φ) e la latitudine effettiva calcolata per l'epoca t .

TABELLA 7.1. Le discrepanze latitudinali delle 12 stelle con nome dell'*Almagesto* e la loro dipendenza dalla presunta datazione. L'errore sistematico rilevato nel catalogo dell'*Almagesto* qui non è stato compensato.

Il nome della stella e il rispettivo numero di Bailey	Anni					
	1800 d.C.	1400 d.C.	900 d.C.	400 d.C.	100 d.C.	200 a.C.
Arturo (110)	37.8	21.2	0.9	19.3	31.4	43.3
Sirio (818)	23.6	18.3	11.7	5.1	1.2	2.6
Aquila = Altair (288)	8.6	9.4	10.5	11.8	12.6	13.4
Previandematrix (509)	13	14.3	15.8	17.1	17.8	18.4
Antares (553)	32.6	29.5	25.5	21.6	19.3	17
Aselli (452)	30.5	28.5	25.9	23.2	21.5	19.8
Procione (848)	11.2	16	21.9	27.6	31.1	34.4
Regolo (469)	17.5	16.6	15.4	14	13	12.1
Spiga (510)	2.4	0.7	1.3	3.1	4.2	5.2
Lira = Vega (149)	15.4	14.2	12.5	10.8	9.8	8.7
Capella (222)	21.9	21.7	21.3	21	20.8	20.6
Canopo (892)	51	54.2	58.2	62.3	64.8	67.3

PRIMA CONSIDERAZIONE. Osserviamo la correlazione tra la precisione delle coordinate latitudinali delle stelle con nome dell'*Almagesto* e il valore del grado del catalogo che equivale a 10', supponendo che quest'ultimo non contenga degli errori sistematici globali. La TABELLA 7.1 contiene i valori della discrepanza latitudinale assoluta di tutte e 12 le stelle con nome dell'*Almagesto* che dipendono dalla presunta datazione t . Nella prima colonna possiamo vedere il numero dato alle stelle dell'*Almagesto* (la numerazione di Bailey). I valori delle discrepanze latitudinali sono stati riportati in gradi d'arco.

La TABELLA 7.1 dimostra che per 7 delle 12 stelle con nome dell'*Almagesto* la discrepanza latitudinale supera il limite di 10'. Le colonne che corrispondono al 100 d.C., che è la datazione di Scaligero dell'*Almagesto* (l'epoca di Tolomeo) e al 200 a.C. (l'epoca di Ipparco) attirano principalmente la nostra attenzione a causa del vergognoso errore nelle coordinate di Arturo, circa 30' o 40'. È peculiare che la stella dell'Emisfero Boreale più luminosa e più visibile, sia stata osservata da Tolomeo e da Ipparco di gran lunga peggio di tutte le altre stelle. Inoltre, il testo dell'*Almagesto* implica che le coordinate di Regolo sono state misurate più volte durante la compilazione del catalogo e che la stella in questione è nota per essere stata uno dei punti di riferimento per la misurazione di tutte le altre stelle. Sarebbe ovvio aspettarsi che Tolomeo sia stato eccezionalmente attento nella misurazione di questa stella; pertanto, la discrepanza latitudinale deve essere inferiore a 10'. Facciamo notare che un'altra stella luminosa sull'eclittica, vale a dire Spiga, le

cui coordinate furono misurate da Tolomeo durante la fase iniziale per poterla utilizzare come riferimento in un secondo momento (cfr. il Capitolo VII.2 dell'*Almagesto*, o [1358]), ha una discrepanza latitudinale di 5', meno della metà del valore di misura del catalogo.

Ora consideriamo l'errore sistematico che abbiamo scoperto nell'*Almagesto* (vedere il Capitolo 6). Siccome il complesso γ di questo errore varia solo leggermente rispetto all'intervallo tra l'inizio della nuova era e il Medioevo, come pure le variazioni del valore di φ influenzano difficilmente la scena, useremo i valori $\gamma_0 = 21'$, $\varphi_0 = 0$. Il valore $\gamma_0 = 21'$ è il valore medio di $\gamma(t)$ per t dall'intervallo noto a priori.

TABELLA 7.2. Le discrepanze latitudinali delle 12 stelle con nome dell'Almagesto e la loro dipendenza dalla presunta datazione dopo la compensazione dell'errore sistematico nelle coordinate stellari dell'Almagesto specificate dai parametri $\gamma_0 = 21'$ e $\varphi_0 = 0$.

Il nome della stella e il rispettivo numero di Bailey	Anni					
	1800 d.C.	1400 d.C.	900 d.C.	400 d.C.	100 d.C.	200 a.C.
Arturo (110)	29.9	15.5	2.3	20	30.5	41
Sirio (818)	44.2	39.2	32.7	25.9	21.8	17.5
Aquila = Altair (288)	27	28.7	30.7	32.5	33.5	34.4
Previandematrix (509)	15.6	14.9	13.8	12.6	11.8	11
Antares (553)	13.3	11	8.5	6.2	4.9	3.7
Aselli (452)	13.2	10.2	6.5	2.9	0.9	1.1
Procione (848)	8.1	4	1.2	6.7	10.1	13.5
Regolo (469)	6.1	3.5	0.4	2.7	5.1	6.2
Spiga (510)	5.1	4.9	4.4	3.7	3.3	2.7
Lira = Vega (149)	5.1	6.7	8.5	10	10.8	11.5
Capella (222)	1.3	1.5	2.1	2.9	3.5	4.2
Canopo (892)	71.5	75	79.2	83.1	85.4	87.6

Procediamo con la costruzione della TABELLA 7.2, che è simile alla 7.1; l'unica differenza è che l'errore sistematico definito dai parametri $\gamma_0 = 21'$ e $\varphi_0 = 0$ in tutte le coordinate stellari, ora viene preso in considerazione e compensato nel calcolo delle discrepanze latitudinali.

Il confronto delle due tabelle dimostra che dopo la compensazione dell'errore sistematico, le caratteristiche di precisione delle coordinate delle stelle con nome dell'*Almagesto* sono migliorate drasticamente per tutte le datazioni possibili. Le latitudini di Regolo e Spiga sono state misurate con un tasso di precisione che si aggira intorno ai 5' per ogni presunta datazione tra l'inizio della nuova era e la fine del Medioevo. Questo si correla bene con il fatto che queste due stelle godono della massima attenzione nel testo dell'*Almagesto*, vedere il libro stesso, Capitolo VII.2 ([1358]). Inoltre, se volessimo posizionare la datazione sull'intervallo di $6 \leq t \leq 10$, ovvero il 900-1300 d.C., la discrepanza latitudinale non supererebbe i 10' (il valore di misura del catalogo) per 8 stelle con nome su 12, quelle situate nella regione celeste A che abbiamo scoperto nel Capitolo 6 mentre stavamo analizzando l'intero aggregato stellare del catalogo dell'*Almagesto*.

Va da sé che le considerazioni di cui sopra devono essere più esplicite. In particolare, dobbiamo studiare gli altri valori dei parametri γ e φ . Il presente capitolo contiene calcoli dettagliati e ulteriori dichiarazioni esplicite.

SECONDA CONSIDERAZIONE. La seguente linea di argomentazione potrebbe fornire ulteriori informazioni pertinenti alla datazione del catalogo dell'*Almagesto*. Prendiamo in considerazione le

discrepanze latitudinali $\Delta B_i(t, \gamma, \varphi)$ di un certo insieme di stelle dell'*Almagesto* E , $1 \leq i \leq n$ per ogni momento t e tutti i valori di γ e φ . Li useremo per costruire dei grafici empirici di funzione relativi alla distribuzione dell'errore latitudinale per l'insieme di stelle E : $F_{t, \gamma, \varphi}(x) = (1/n) \# \{i: |\Delta B_i(t, \gamma, \varphi)| \leq x\}$, dove n rappresenta la quantità di stelle nell'insieme E . Il confronto di queste funzioni di distribuzione per i diversi valori dei parametri t , γ e φ , possono permetterci di provare a trovare la combinazione di questi valori che minimizzeranno stocasticamente gli errori latitudinali dell'insieme E . Il tasso di differenza dell'errore per i differenti valori di t , γ e φ sarà il valore medio della differenza. Ovviamente, non possiamo giungere a delle conclusioni quantitative dal momento che abbiamo a disposizione solo 12 osservazioni e quindi dobbiamo solo fare riferimento al quadro qualitativo come prima approssimazione.

Il tasso di differenza dell'errore in questione può essere rappresentato come l'area contenuta tra i grafici di distribuzione delle funzioni $F_{t_1, \gamma_1, \varphi_1}(x)$ e $F_{t_2, \gamma_2, \varphi_2}(x)$ disegnati in una sola bozza. Entrambe le aree contenute tra i grafici devono essere prese con un segno più o meno a seconda della funzione che troviamo a destra e a sinistra dell'area in questione (vedi la **Figura 7.1**). La funzione di distribuzione $F_{t_0, \gamma_0, \varphi_0}(x)$ che è situata a sinistra di tutte le altre funzioni $F_{t, \gamma, \varphi}$, in media corrisponde a una percentuale di errore latitudinale minima per l'insieme E . Sarebbe naturale considerare la datazione t_0 e il valore dell'errore sistematico (γ_0, φ_0) come delle approssimazioni alla data effettiva di osservazione e all'effettivo errore sistematico commesso dall'osservatore.

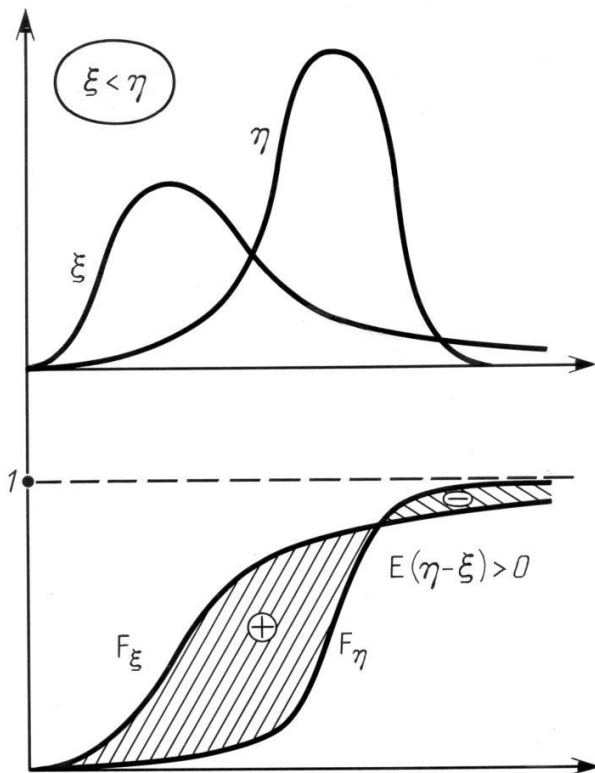


Figura 7.1. Le funzioni empiriche della distribuzione dell'errore nelle latitudini stellari.

Illustriamo quanto sopra con l'esempio di un altro famoso catalogo stellare risalente alla seconda metà del XVI secolo e compilato da Tycho Brahe. Il kernel informativo che useremo è composto da 13 stelle con nome prese dal catalogo di Tycho Brahe. Abbiamo calcolato le funzioni empiriche di distribuzione $F_{t, \gamma, \varphi}$ per $\gamma = \varphi = 0$ e tre valori diversi di t : $t = 3$ (1600 d.C.), $t = 3,5$ (1550 d.C.) e $t = 4$ (1500 d.C.). Il risultato è visibile nella **Figura 7.2**. Questa illustrazione dimostra abbastanza bene che senza considerare la possibilità di un errore sistematico inerente al catalogo di Tycho Brahe ($\gamma = \varphi = 0$), l'epoca $t = 3.5$ risulta essere la datazione ottimale del catalogo (il 1550 d.C. circa). Infatti, questa è proprio la datazione per cui gli errori nelle 13 stelle con nome del catalogo saranno minimi

secondo quanto detto sopra. La data del 1550 d.C. è molto vicina all'epoca conosciuta di quando fu compilato il catalogo di Tycho Brahe, vale a dire la seconda metà del XVI secolo.

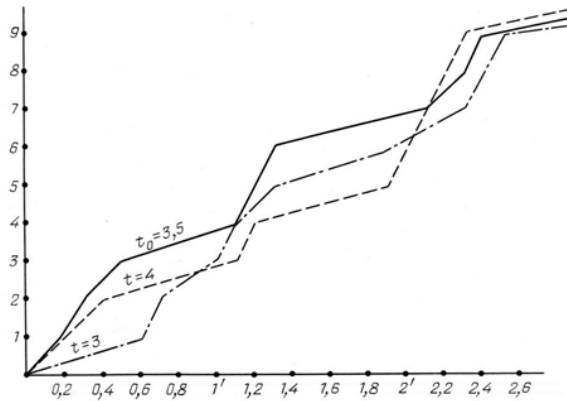


Figura 7.2. Le funzioni empiriche di distribuzione per il catalogo di Tycho Brahe; il valore ottimale di $t_0 = 3.5$.

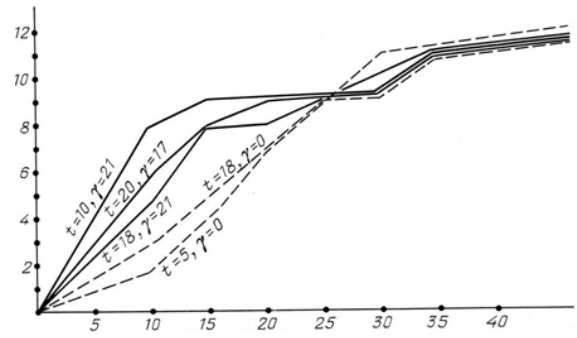


Figura 7.3. Le funzioni empiriche di distribuzione $F_{t, \gamma}$, φ per le 12 stelle con nome dell'Almagesto. Il valore di φ è uguale a zero in tutti i casi.

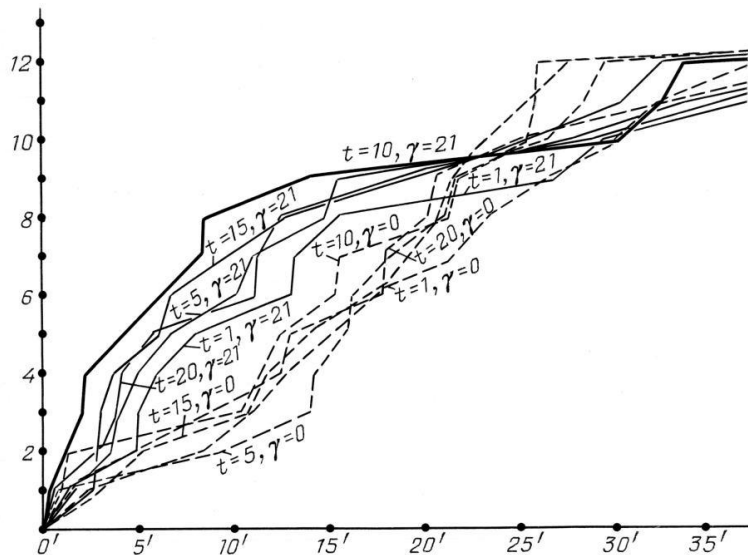


Figura 7.4. Le funzioni empiriche di distribuzione per le 13 stelle luminose con nome dell'Almagest con $t = 1, 5, 10, 15$ e 20 . Linee continue: $\gamma = 21$; linee tratteggiate: $\gamma = 0$.

Forniamo l'elenco di queste 13 stelle del catalogo di Tycho Brahe. Innanzitutto, ci sono Regolo, Spiga, Arturo, Procione, Sirio, Lira = Vega, Capella, Aquila e Antares, che sono anche incluse nell'elenco delle stelle con nome dell'*Almagesto*. A parte queste, ci sono altre quattro stelle: Caph = β Cas, Denebola = β Leone, Polluce = β Gemma e Scheat = β Peg.

Ora prendiamo in considerazione le funzioni empiriche di distribuzione $F_{t, \gamma, \varphi}$ per l'insieme di stelle E che è composto dalle 12 stelle con nome dell'*Almagesto* (vedi paragrafo 1). Nella **Figura 7.3** si possono vedere i grafici di queste funzioni per $t = 5$ ossia il 1400 d.C., $t = 10$ ossia il 900 d.C., $t = 18$ ossia il 100 d.C. e $t = 20$ ossia il 100 a.C. con i valori variabili di γ . Il valore di φ è considerato ovunque pari a zero, dal momento che il quadro generale non viene quasi mai influenzato dalle

variazioni di φ . I valori $t = 10$ ossia 900 a.C. e $\gamma = 21'$ sono ottimali, vale a dire che generano gli errori meno gravi.

Le rappresentazioni grafiche risultanti per le funzioni $F_{t, \gamma, \varphi}$ dell'*Almagesto* non sono molto sensibili ai cambiamenti nel contingente delle stelle con nome. Riportiamo le funzioni empiriche di distribuzione per tutte e 13 le stelle utilizzate nell'esempio di Tycho Brahe, questa volta dopo aver preso le coordinate dall'*Almagesto*, vedere la **Figura 7.4**. I valori di $t = 10$ e $\gamma = 21'$ restano ottimali anche per questo elenco di stelle. Nella **Figura 7.4** si può vedere chiaramente la differenza tra i valori di $\gamma = 21'$ e $\gamma = 0$ già indicata sopra, vale a dire che tutti i grafici corrispondenti a $\gamma = 21'$ in linea di massima si trovano a sinistra dei grafici creati per $\gamma = 0$, indicando che il tasso di errore più basso della precedente rispetto all'ultima. In altre parole, il valore di $\gamma = 21'$ è “meglio” di $\gamma = 0$ per tutte le date t dell'intervallo scelto a priori.

TERZA CONSIDERAZIONE. Concludiamo con la discussione del problema di quanto sia possibile espandere l'elenco delle stelle con nome dell'*Almagesto* usate come base per la datazione tramite i moti propri. Tuttavia, la precisione delle coordinate di questo elenco esteso (almeno per quanto riguarda le latitudini) non può assolutamente essere deteriorata. La prima impressione che si ottiene è che il modo più naturale per estendere l'elenco sarebbe quello di includere al suo interno tutte le stelle che ai nostri giorni hanno nome proprio (vedere la TABELLA P1.2 in Appendice 1). La maggior parte delle stelle hanno ricevuto i nomi nel Medioevo, ma questa pratica continuò anche nel XVII-XIX secolo. È possibile che molte di loro fossero particolarmente significative per il compilatore del catalogo dell'*Almagesto*. Procediamo a selezionare solo quelle stelle della TABELLA P1.2 (dall'Appendice 1) i cui nomi sono stati scritti in maiuscolo esattamente come in [1197]; si tratta delle stelle con nome più famose. Sono 37 di numero e sono state elencate nella TABELLA 7.3.

Tuttavia, abbiamo scoperto che l'espansione del kernel informativo dell'*Almagesto* riduce drasticamente la precisione delle coordinate del campione e siamo particolarmente preoccupati che tutto questo influenzi le latitudini. Prendiamo in considerazione un “kernel espanso” che contenga le 37 stelle dell'*Almagesto* elencate nella TABELLA 7.3. La **Figura 7.5** mostra in che modo la discrepanza quadratica media si comporta per queste 37 stelle a seconda della datazione presunta dell'*Almagesto*. Dopo aver calcolato questa discrepanza, consentiamo che la variazione del tasso calcolato dell'errore sistematico possa fluttuare entro $\pm 5'$ con il valore di 1 minuto per il parametro γ ed entro $\pm 30'$ con il valore di 1 minuto per il parametro β . Il grafico risultante dimostra che anche se il minimo viene raggiunto intorno al 400 d.C., è molto poco chiaro. Il valore medio quadratico minimo equivale approssimativamente a 18 minuti. Se volessimo consentire una variazione di questo valore entro un intervallo di due minuti o un mero 10%, finiremmo con un intervallo di “datazione” di 1800 anni, non meno, tra il 600 a.C. e 1200 d.C. È perfettamente ovvio che questo risultato non ci è di alcun interesse; il motivo è che la precisione media dei calcoli di Tolomeo è troppo bassa per l'elenco delle 37 stelle in fase di studio ed è chiaramente insufficiente per la datazione del catalogo mediante i moti propri delle stelle.

Inoltre, questa immagine vaga è quella che otteniamo dalla nostra analisi delle latitudini, che come sappiamo sono più precise nel catalogo dell'*Almagesto*. Il quadro delle longitudini è ancora più vago.

Nelle **Figure 7.6** e **7.7** si possono vedere i grafici delle dipendenze per la quantità di stelle nel kernel esteso il cui errore longitudinale calcolato non supera rispettivamente i 10 e 20 minuti rispettivamente e la presunta datazione dell'*Almagesto*. L'errore è stato calcolato dopo la compensazione dell'errore sistematico $\gamma = 20'$. Osserviamo le fluttuazioni all'interno di uno spazio più o meno costante di valori per tutto l'intervallo temporale in esame. Uno spazio longitudinale di 10 minuti copre da 3 a 13 stelle per diversi anni, anche se circa 11-16 stelle finiscono entro uno spazio di 20 minuti. Questi grafici non ci danno informazioni affidabili riguardo la datazione più probabile del catalogo.

TABELLA 7.3. *L'elenco delle stelle veloci che secondo BS4 possiedono dei vecchi nomi propri, tutte trascritte in lettere maiuscole come le stelle più famose del Medioevo. Qui ci sono tutte le aree celesti. L'elenco è preceduto dalle 8 stelle del kernel informativo dell'Almagesto, alcune delle quali non si collocano tra le stelle veloci.*

<i>Numero da BS4 e BS5</i>	<i>Numero di Bailey</i>	<i>Magnitudine stellare secondo BS5</i>	<i>$v_8$1900 [1197]</i>	<i>$v_8$1900 [1197]</i>	<i>Magnitudine stellare secondo l'Almagesto</i>	<i>Nome moderno della stella con il suo antico nome proprio come specificato in maiuscolo nel Catalogo delle Stelle Luminose [1197]. Indica che la stella in questione nel passato era molto conosciuta.</i>
5340	110	-0.04	-1.098	-1.999	1	16 α Boo (ARTURO)
1708	222	0.08	+0.080	-0.423	1	13 α Aur (CAPELLA)
3982	469	1.35	-0.249	-0.003	1	32 α Leo (REGOLO)
2943	848	0.38	-0.706	-1.029	1	10 α CMi (PROCIONE)
5056	510	0.98	-0.043	-0.033	1	67 α Vir (SPIGA)
6134	553	0.96	-0.007	-0.023	2	21 α Sco (ANTARES)
7001	149	0.03	+0.200	+0.285	1	3 α Lyr (LIRA = VEGA)
3449	452	4.66	-0.103	-0.043	4-3	43 γ Cnc (ASELLI)
15	315	2.06	+0.137	-0.158	2-3	21 α And (ALPHERATZ)
21	189	2.27	+0.526	-0.177	3	11 β Cas (CAPH)
188	733	2.04	+0.232	+0.036	3	16 β Cet (DENEK KAITOS = DIPHDA)
337	346	2.06	+0.179	-0.109	3	43 β And (MIRACH)
617	375	2.00	+0.190	-0.144	3-2	13 α Ari (HAMAL)
1231	781	2.95	+0.057	-0.110	3	34 γ Eri (ZAURAK)
1457	393	0.85	+0.065	-0.189	1	87 α Tau (ALDEBARAN)
1791	400	1.65	+0.025	-0.175	3	112 β Tau (ELNATH)
2491	818	-1.46	-0.545	-1.211	1	9 α CMa (SIRIO)
2890	424	1.58	-0.170	-0.102	2	66 α Gem (CASTORE)
2990	425	1.14	-0.627	-0.051	2	78 β Gem (POLLUCE)
4057	467	2.61	+0.307	-0.151	2	41 γ Leo (ALGIEBA)
4301	24	1.79	-0.118	-0.071	2	50 α UMa (DUBHE)
4534	488	2.14	-0.497	-0.119	1-2	94 β Leo (DENEbola)
4660	26	3.31	+0.102	+0.004	3	69 δ UMa (NEGREZ)
4905	33	1.77	-0.109	-0.010	2	77 ϵ UMa (ALIOth)
4914	36	5.60	-0.238	+0.057	3	12 α 1 CVn (COR CAROLI)
5054	34	2.27	+0.119	-0.025	2	79 ζ UMa (MIZAR)
5191	35	1.86	-0.124	-0.014	2	85 η UMa (ALKAID)
5267	970	0.61	-0.020	-0.023	2	β Cen (AGENA)
5793	111	2.23	+0.120	-0.091	2-1	5 α CrB (ALPHECCA)
5854	271	2.65	+0.136	+0.044	3	24 α Ser (UNUKALHAI)
6556	234	2.08	+0.117	-0.227	3-2	55 α Oph (RAS ALHAGUE)
6879	572	1.85	-0.032	-0.125	3	20 ϵ Sgr (KAUS AUSTRALIS)
7557	288	0.77	+0.537	+0.387	2-1	53 α Aql (ALTAIR)
7602	287	3.71	+0.048	-0.482	3	60 β Aql (ALSHAIM)
8162	78	2.44	+0.150	+0.052	3	5 α Cep (ALDERAMIN)
8728	1011	1.16	+0.336	-0.161	1	24 α PsA (FOMALHAUT)
8775	317	2.42	+0.188	+0.142	2-3	53 β Peg (SCHEAT)

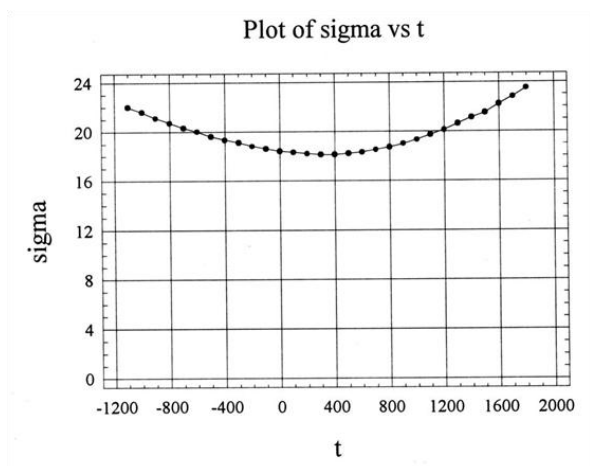


Figura 7.5. La discrepanza media quadratica per le 37 stelle dell'Almagesto elencate nella TABELLA 7.3 come una presunta funzione di datazione. L'errore sistematico γ del catalogo dell'Almagesto è stato compensato nel calcolo della discrepanza. A parte questo, la discrepanza media quadratica desiderata è stata ridotta al minimo in conformità con le variazioni di $\gamma = \gamma_{stat} \pm 5'$; $\beta = 0 \pm 30'$.

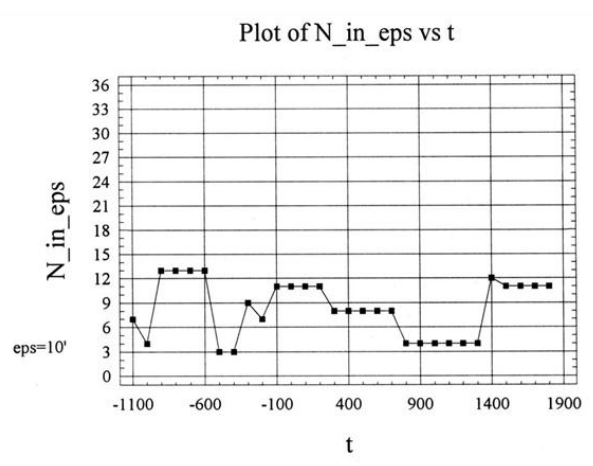


Figura 7.7. Asse verticale: il numero delle stelle dell'Almagesto dall'elenco delle 37 (vedere la TABELLA 7.3) la cui discrepanza latitudinale non supera i 20'. Asse orizzontale: la presunta datazione del catalogo.

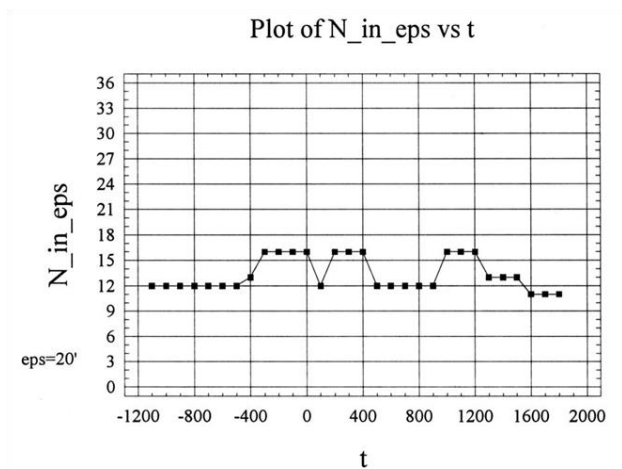


Figura 7.6. Asse verticale: il numero delle stelle dell'Almagesto dall'elenco delle 37 (vedere la TABELLA 7.3) la cui discrepanza latitudinale non supera i 10'. Asse orizzontale: la presunta datazione del catalogo.

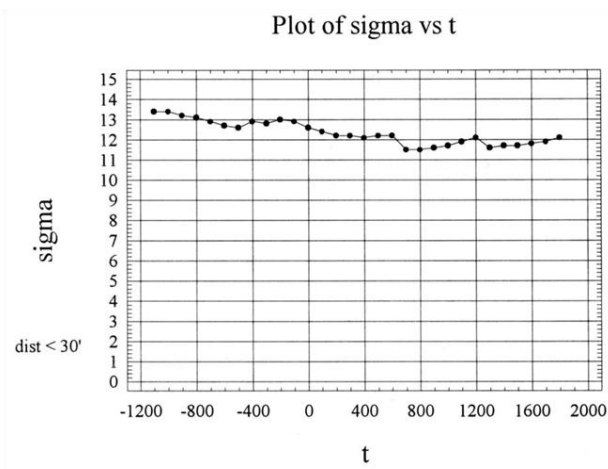


Figura 7.8. La deviazione media quadratica delle 37 stelle dell'Almagesto elencate nella TABELLA 7.3, la cui discrepanza latitudinale non supera i 30 minuti per la presunta datazione in questione. Il grafico è stato costruito come la funzione della presunta datazione dell'Almagesto. L'errore sistematico γ del catalogo è stato compensato durante la ricerca della discrepanza. A parte questo, la discrepanza media quadratica è stata minimizzata dalle variazioni di $\gamma = \gamma_{stat} \pm 5'$; $\beta = 0 \pm 30'$.

Nella **Figura 7.8** riportiamo il grafico della discrepanza media quadratica della dipendenza simile al grafico della **Figura 7.5**. Tuttavia, le uniche stelle che abbiamo preso in considerazione questa volta sono state quelle che hanno una discrepanza latitudinale inferiore a 30 minuti per una determinata datazione. Si può vedere che il grafico è formato da segmenti di parabola leggermente inclinati, i

cui minimi cadono in diversi anni sull'asse del tempo. Per cui, diverse parti dell'elenco delle 37 stelle contengono le vallate delle rispettive parabole sparse per tutto l'intervallo storico.

L'instabilità scoperta nelle vallate ci dice che questo metodo di datazione è molto impreciso a causa del fatto che le vallate di molte parabole si trovano a notevole distanza dalla data di compilazione del catalogo. Pertanto, la variazione del contingente stellare distribuirà caoticamente queste vallate per l'intera lunghezza dell'intervallo storico.

In linea generale, la manifestazione estremamente scarsa della vallata del grafico nella **Figura 7.8** avviene nel periodo 700-1600 d.C., che non è di alcuna utilità per una datazione affidabile.

Abbiamo anche considerato altre possibilità di espansione per il kernel informativo dell'*Almagesto*, ad esempio usando come criterio la luminosità stellare. Hanno portato quasi tutti a una drastica riduzione della precisione delle coordinate stellari e ciò può essere di fatto considerato come l'eliminazione della dipendenza tra la datazione delle osservazioni e le caratteristiche dell'elenco esteso. Tuttavia, abbiamo scoperto che l'errore informativo consente di fatto la naturale espansione senza una drastica diminuzione della precisione. Questo problema sarà considerato nei dettagli di seguito.

3. La procedura della datazione statistica.

3.1. La descrizione della procedura di datazione.

L'ipotesi sulle stelle con nome dell'*Almagesto* misurate in corrispondenza del tasso di aberrazione di 10 minuti, ci consente di fornire una datazione effettiva piuttosto approssimativa dell'*Almagesto* nel paragrafo 2. Abbiamo dimostrato che la configurazione del kernel informativo del catalogo dell'*Almagesto* varia nel corso del tempo a una velocità sufficientemente elevata da consentirci di determinare la data di compilazione del catalogo. Quindi può avere senso definire il problema della stima di un possibile intervallo di datazione.

La seguente procedura che chiameremo statistica, sembra essere quella con una caratteristica più naturale e ovvia; si basa sull'ipotesi che le stelle con nome dell'*Almagesto* siano state misurate con una precisione latitudinale dichiarata di 10 minuti. Inoltre, basiamo la nostra ricerca sulle caratteristiche statistiche degli errori di gruppo riportate nel Capitolo 6. La procedura statistica di datazione è la seguente:

- A. Specifichiamo il livello di confidenza $1 - \epsilon$.
- B. Dopodiché prendiamo in considerazione il momento t e l'intervallo di confidenza $I_\gamma(\epsilon)$ per il complesso $\gamma_{stat}^{ZodA}(t)$ dell'errore di gruppo nell'area *Zod A*. Quindi, per stimare il valore

$$\Delta(t) = \min \Delta(t, \gamma, \varphi), \quad (7.3.1)$$

dove il minimo viene preso per tutti i valori di γ in $I_\gamma(\epsilon)$ variando i valori di φ , mentre il valore di

$$\Delta(t, \gamma, \varphi) = \max_{1 \leq i \leq 8} |\Delta B_i(t, \gamma, \varphi)|$$

definisce la discrepanza massima per tutte le stelle del kernel informativo calcolato per la presunta datazione t . I parametri (γ, φ) definiscono una certa rotazione della sfera celeste e ad onor del vero, lo fanno piuttosto arbitrariamente, vedere la **Figura 3.14** (Capitolo 3).

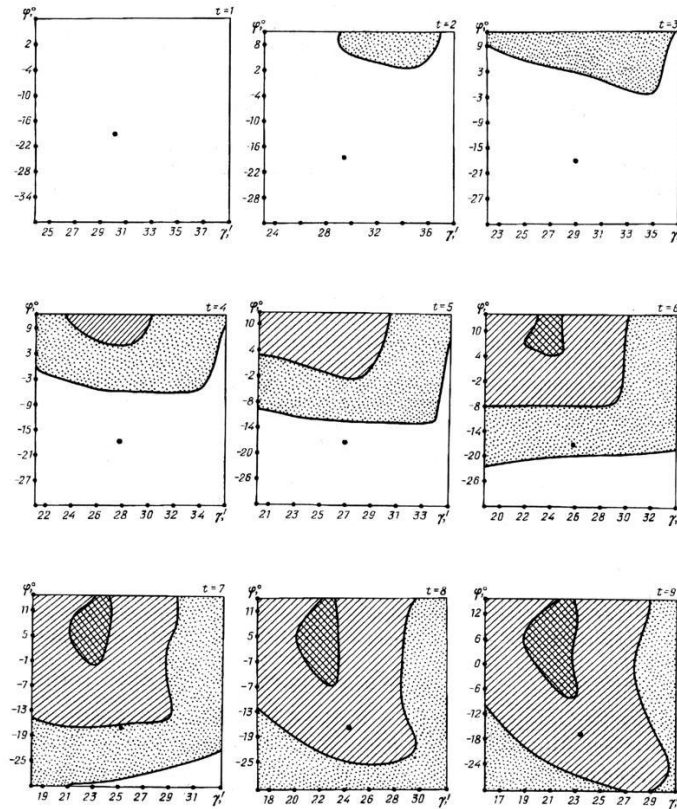


Figura 7.9. Si può vedere la dipendenza $\Delta(t, \gamma, \phi)$ per i valori temporali t che iniziano con 1, ovvero il 1800 d.C. e terminano con $t=18$, ossia il 100 a.C. L'area con la doppia ombreggiatura corrisponde a $\Delta \leq 10'$. L'area con l'ombreggiatura singola corrisponde a $10' < \Delta \leq 15'$. L'area piena di puntini corrisponde a $15' < \Delta \leq 20'$. Il punto grande corrisponde alle coppie dei parametri di $\gamma_{stat}^{ZodA}(t)$ e $\phi_{stat}^{ZodA}(t)$.

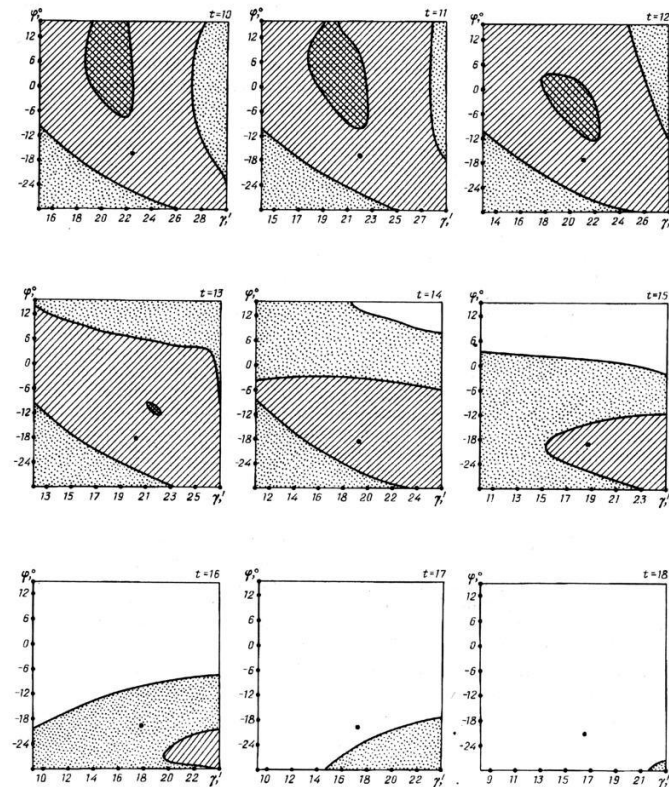


Figura 7.10. Continuazione della figura precedente.

- C. Se il valore edotto di $\Delta(t)$ non superasse di 10' il valore del tasso di precisione dichiarato del catalogo, il momento temporale t dovrebbe essere considerato come la possibile data di compilazione del catalogo. Altrimenti il catalogo non potrebbe essere datato nell'epoca t .

Ovviamente, il risultato derivante dall'applicazione di questa procedura di datazione dipende dalla scelta soggettiva del livello di confidenza $1 - \varepsilon$. Pertanto, la sua stabilità dovrà essere verificata contro le variazioni di ε e sarà effettuata di seguito.

3.2. La dipendenza del minimax della discrepanza Δ per t , γ e φ dell'*Almagesto*.

Disegniamo il grafico delle 8 stelle con nome dell'*Almagesto* che formano il kernel informativo, per rappresentare la dipendenza del minimax della discrepanza latitudinale $\Delta(t, \gamma, \varphi)$ per tutte e tre le variabili. Questa dipendenza viene mostrata con una sequenza di diagrammi nelle **Figure 7.9 e 7.10**. Ogni diagramma corrisponde ad alcuni momenti fissi di t . I diagrammi sono stati indicati per $t = 1, \dots, 18$. Per gli altri valori di t i rispettivi diagrammi risultano nulli, come nel caso di $t = 1$. Ricordiamo ai lettori che $t = 1$ corrisponde al 1800 d.C. e $t = 18$ - all'inizio della nuova era. L'asse orizzontale dei diagrammi porta i valori di γ , quello verticale i valori di φ .

La doppia ombreggiatura segna le aree per le quali $\Delta(t, \gamma, \varphi) \leq 10'$.

Le aree ombreggiate corrispondono a $10' < \Delta(t, \gamma, \varphi) \leq 15'$. L'area piena di puntini corrisponde a $15' < \Delta(t, \gamma, \varphi) \leq 20'$.

Per il resto dei diagrammi, l'espressione $\Delta(t, \gamma, \varphi) > 2'$ è vera. In ogni diagramma i parametri $\gamma_{stat}^{ZodA}(t)$, $\varphi_{stat}^{ZodA}(t)$ sono stati contrassegnati da un punto grande.

I diagrammi dimostrano che la "zona" con doppia ombreggiatura che corrisponde alla discrepanza massima latitudinale di 10' per le otto stelle con nome dell'*Almagesto*, esiste solo per i momenti temporali che cadono nello spazio di $6 \leq t \leq 13$, ovvero l'intervallo tra il 600 e il 1300 d.C.

L'area con l'ombreggiatura normale che corrisponde alla discrepanza latitudinale massima di 15' esiste solo per $4 \leq t \leq 16$. Le dimensioni massime di queste aree vengono raggiunte in $7 \leq t \leq 12$. Perché $t > 18$ sia un'alterazione accettabile dell'intervallo, l'area definita dai corrispondenti intervalli di confidenza non devono contenere punti in cui $\Delta(t, \gamma, \varphi) < 20'$. Nello specifico, questo è vero per la datazione di Scaligero delle epoche in cui vissero Tolomeo e Ipparco. Inoltre, quando tentiamo di datare il catalogo dell'*Almagesto* al 100 d.C. o a un'epoca precedente, il minimax della discrepanza latitudinale $\Delta(t)$ risulta essere due volte maggiore della precisione dichiarata di 10 minuti per il catalogo dell'*Almagesto*. Per datazioni precedenti al 100 d.C., il valore di $\Delta(t)$ supera anche l'errore medio quadratico residuale per le stelle delle aree *A*, *Zod A*, *B* e *Zod B*, in quanto è vicino all'errore medio quadratico residuale dell'*Almagesto* per l'area celeste *M*, o piuttosto alle stelle fioche della Via Lattea (dove le osservazioni di tali stelle erano complicate per via delle tantissime stelle sullo sfondo che compromettevano la precisione, facendo uscire un tasso inaccettabilmente basso per le stelle luminose). Bisogna quindi respingere la datazione dell'*Almagesto* per l'epoca del 100 d.C. o prima, in quanto contraddicono il catalogo stellare.

Per cui, le **Figure 7.9 e 7.10** dimostrano che l'area consentita dai valori di γ e φ , fondamentale non ci offre alcuna possibilità di calcolare la discrepanza latitudinale di tutte e 8 le stelle che formano il kernel informativo dell'*Almagesto*, con un valore inferiore a 10' per le epoche precedenti al 600 d.C. Se volessimo aumentare la soglia del tasso di errore a 15', la prima data possibile della *Almagesto* sarebbe il 300 d.C.

3.3. I risultati della datazione statistica del catalogo dell'*Almagesto*.

Assegniamo l'area di variazione $S_t(\alpha)$ del parametro γ nel modo seguente:

$$1. S_t(\alpha) = \{ \min_{\varphi} \Delta(t, \gamma, \varphi) \leq \alpha \}$$

L'insieme $S_t(\alpha)$ potrebbe risultare ancora vuoto. Prendiamo in considerazione l'intersezione dell'insieme $S_t(\alpha)$ e l'intervallo di confidenza $I_{\gamma}(\varepsilon)$ costruito attorno al valore di $\gamma_{stat}^{ZodA}(t)$. Se questa intersezione non fosse vuota, potremmo dichiarare il momento t come la possibile epoca di compilazione del catalogo dell'*Almagesto* secondo la procedura di datazione statistica. Tutti questi momenti di t presi nel loro insieme, possono essere indicati come il possibile intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto*.

Il risultato del calcolo di $S_t(\alpha)$ per l'*Almagesto* è rappresentato graficamente nella **Figura 7.11**. I puntini riempiono l'unione degli insiemi $S_t(\alpha)$ per $\alpha = 10'$. Il margine circostante corrisponde al valore $\alpha = 15'$. Troveremo un uso più avanti.

Il grafico della funzione $\gamma_{stat}^{ZodA}(t)$ qui usata è stato calcolato nel Capitolo 6 (vedere la **Figura 6.8**). I valori degli intervalli di fiducia $I_{\gamma}(\varepsilon)$ che corrispondono a valori diversi di ε , si trovano nella TABELLA 6.3. La **Figura 7.11** implica che il possibile intervallo di datazione è lo stesso per $\varepsilon = 0,1$, $\varepsilon = 0,05$, $\varepsilon = 0,01$ e $\varepsilon = 0,005$, ovvero $6 \leq t \leq 13$. Se volessimo tradurre il risultato della datazione risultante in anni regolari, vedremmo che il possibile intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto* inizia nel 600 d.C. e termina nel 1300 d.C.

3.4. La discussione del risultato.

La lunghezza del possibile intervallo di datazione del catalogo a cui siamo giunti è pari a 700 anni: $1300 - 600 = 700$.

L'intervallo è piuttosto ampio per molti motivi. Abbiamo già menzionato il primo: la bassa precisione del catalogo dell'*Almagesto*, persino se accettassimo la precisione dichiarata di Tolomeo di $10'$.

Questa bassa precisione rende impossibile datare il catalogo in un intervallo di tempo più ristretto, poiché persino la stella con nome più tra quelle prese in esame (Arturo) altera la sua latitudine di soli $10'$ ogni 260 anni.

Il valore è grande ed è ancora più grande per le altre stelle del kernel.

La seconda ragione deriva dal fatto che abbiamo utilizzato solo gli intervalli di confidenza del complesso degli errori di gruppo γ , dopo aver ridotto al minimo il valore $\Delta(t, \gamma, \varphi)$ tramite i vari possibili valori di φ , vedere le formule 7.3.1 e 7.3.2.

Questo approccio porta ovviamente all'ampliamento dell'intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto*. Anzi, se potessimo considerare che φ è un errore di gruppo come γ , sceglieremmo il parametro φ dalla striscia di confidenza. Ciò aumenterebbe il valore di $\min_{\varphi} \Delta(t, \gamma, \varphi)$ e quindi restringerebbe il possibile intervallo di datazione.

Tuttavia, come è stato sottolineato in precedenza, non abbiamo abbastanza motivi per considerare φ come un errore di gruppo nei gruppi stellari dell'*Almagesto* che abbiamo studiato.

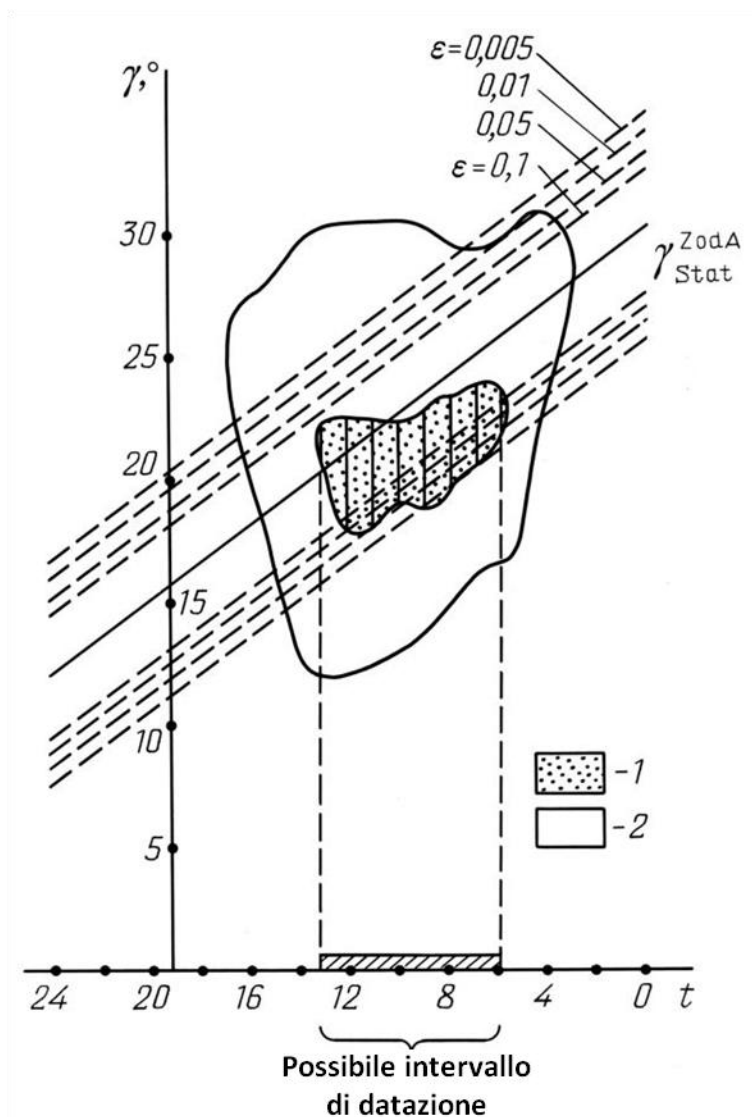


Figura 7.11. Il risultato della procedura di datazione statistica applicata al catalogo dell'*Almagesto* usando otto delle sue stelle con nome.

4. La datazione del catalogo dell'*Almagesto* tramite l'espansione del kernel informativo.

Il problema di espandere il kernel informativo dell'*Almagesto* è stato discusso in precedenza, alla fine del paragrafo 7.2. Abbiamo scoperto che se per questo scopo espandessimo il kernel scegliendo delle stelle luminose e veloci, senza seguire alcun sistema, non potremmo ottenere una datazione informativa. Abbiamo già capito che questo può essere spiegato dalla bassa precisione media delle misurazioni di Tolomeo e che questo riguarda anche le stelle luminose. La domanda su quale principio si potrebbe usare al fine di espandere il kernel informativo delle 8 stelle dell'*Almagesto* senza perdere la precisione latitudinale, rimane ancora aperta.

Siamo riusciti a risolvere questo problema. Riflettiamo sull'esatto metodo usato da Tolomeo per misurare la latitudine stellare. Si sa molto bene dalla storia dell'astronomia che quelle misurazioni furono condotte con una base di stelle luminose, usate come una sorta di "struttura" da cui estrarre le posizioni stellari desiderate da tutte le misurazioni a seguire. Le coordinate di queste stelle sarebbero misurate con la massima precisione per poi essere usate in seguito. Tolomeo non

specifica le stelle esatte che ha usato come base; come possiamo vedere dal testo dell'*Almagesto*, tra quelle stelle di base c'erano almeno Regolo, Spiga, Antares e possibilmente Aldebaran (vedere pagina 247 di [1120], per esempio). Tre di loro, vale a dire Regolo, Spiga e Antares, nell'*Almagesto* hanno un nome proprio con la formula "vocatur ..." ("con il nome di ..."), vedere i capitoli precedenti. Abbiamo formulato l'idea che le stelle con nome dell'*Almagesto* abbiano ricevuto i nomi innanzitutto perché servivano come base per le osservazioni di Tolomeo. Questa idea è stata confermata dal fatto che, come abbiamo dimostrato, le stelle con nome dell'*Almagesto* possiedono davvero la precisione tolemaica di riferimento di 10' (almeno quando vengono interessate le latitudini) nelle aree *A*, *Zod A*, *B* e *Zod B*. Questo non è vero per le longitudini, ma abbiamo già detto che è molto più difficile osservare le longitudini che le latitudini. Oltre a questo, la precisione longitudinale fu molto probabilmente persa quando il catalogo dell'*Almagesto* venne ricalcolato per farlo corrispondere ad altre epoche. Pertanto, le latitudini non possono servire da criterio della precisione effettiva di Tolomeo. Per questo scopo si può solo fare affidamento alle latitudini.

Non abbiamo potuto dimostrare nulla di quanto detto sopra per le altre regioni celesti, poiché i tassi dell'errore sistematico non possono essere stabiliti in modo affidabile. Pertanto, nella nostra ricerca delle possibili estensioni del kernel informativo ci asterremo dall'andare oltre le aree celesti *A*, *Zod A*, *B* e *Zod B*.

Domandiamoci: quali altre stelle eccetto quelle di base (ovvero quelle di "alto rango") sono state misurate molto bene da Tolomeo? Ovviamente, quelle situate nelle immediate vicinanze delle stelle di base: il motivo principale è che le coordinate di Tolomeo molto probabilmente hanno seguito una sorta di "link", poiché quando le coordinate delle stelle si avvicinavano a quelle di base venivano misurate per prime, dopodiché Tolomeo procedeva tenendo conto delle coordinate precedentemente calcolate, passo dopo passo. Oggi abbiamo capito che questo metodo di misurazione porta inevitabilmente a una crescita casuale della dispersione degli errori, il che significa molti più errori di misurazione nelle coordinate. Più lontana è una stella dal kernel di riferimento, peggio sarà misurata nella media.

Avrebbe quindi senso tentare di estendere il kernel informativo, aggiungendo le stelle che si sono "classificate come seconde", ovvero quelle che sono abbastanza luminose, ben identificabili e situate in prossimità delle stelle di base. Si dovrebbe quindi procedere con le stelle più lontane di "terza categoria", quelle di "quarta categoria" che sono ancora più distanti e così via. Se notassimo che questo processo è accompagnato da una lenta diminuzione della precisione media della latitudine, questa rimarrebbe praticamente la stessa per le stelle di base e quelle più vicine a loro, per cui dovremmo *ipso facto* confermare la nostra ipotesi che le stelle "prime in classifica" sono state davvero incluse nella struttura principale di riferimento. Avremmo anche l'opportunità di estendere il "kernel della datazione" del catalogo, come pure il controllo (e la possibile correzione) della nostra datazione.

Questa idea è stata implementata nel modo seguente. Prima di tutto dobbiamo usare solo le stelle dell'*Almagesto* perfettamente logiche, identificabili in modo affidabile e con un moto proprio osservabile. Sono state elencate nella TABELLA 4.3. In totale sono 68 stelle. Tenete a mente che le 8 stelle del kernel informativo sono incluse tutte in questo elenco.

Sono state prese le otto stelle del kernel informativo per rappresentare il "livello più alto". Abbiamo calcolato l'aberrazione latitudinale media quadratica di tutte, dopo la compensazione dell'errore sistematico. L'errore sistematico γ è stato calcolato nel Capitolo 6. Abbiamo permesso una fluttuazione del valore di questo errore entro un intervallo di $\pm 5'$, con un passo di 1 minuto. Il parametro β definisce gli eccessi entro i limiti di $\pm 20'$, con uno stesso valore del passo. La discrepanza media quadratica per ogni presunta datazione del catalogo è stata selezionata come il valore minimo raggiunto da dette variazioni dei parametri γ e β . Il risultato viene presentato con il grafico di dipendenza della discrepanza media quadratica della presunta datazione del catalogo

dell'*Almagesto*. Il grafico costruito per le otto stelle del kernel informativo, ovvero le stelle di “livello più alto”, si può vedere nella **Figura 7.12**.

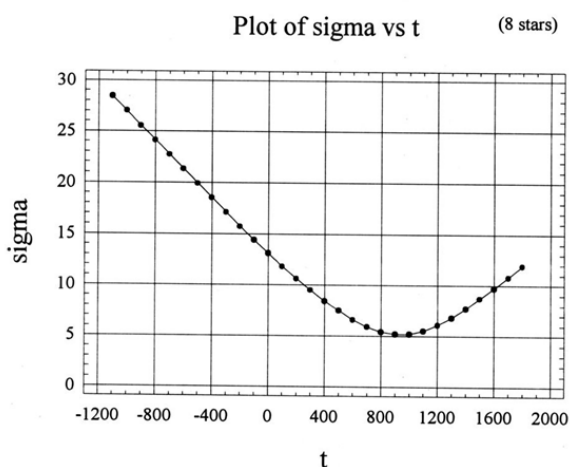


Figura 7.12. Il grafico della discrepanza latitudinale media quadratica delle 8 stelle di "primo livello", dopo la compensazione dell'errore sistematico. Queste otto stelle formano il kernel informativo del catalogo dell'*Almagesto*. Secondo i nostri calcoli, queste stelle sono servite da punti di riferimento per le osservazioni di Tolomeo. La discrepanza media quadratica è stata minimizzata in conformità con le variazioni del parametro γ per l'intervallo di $\gamma_{stat} \pm 5'$ e le variazioni del parametro β per l'intervallo di $0 \pm 20'$. Il grafico raggiunge il suo minimo nel 900-1000 d.C., nel livello di 5-6 grado d'arco. La discrepanza equivale a 12' per l'epoca tolemaica del I secolo d.C., che supera il minimo di un fattore di due. La discrepanza per l'epoca di Ipparco (II secolo a.C.) equivale approssimativamente a 14'.

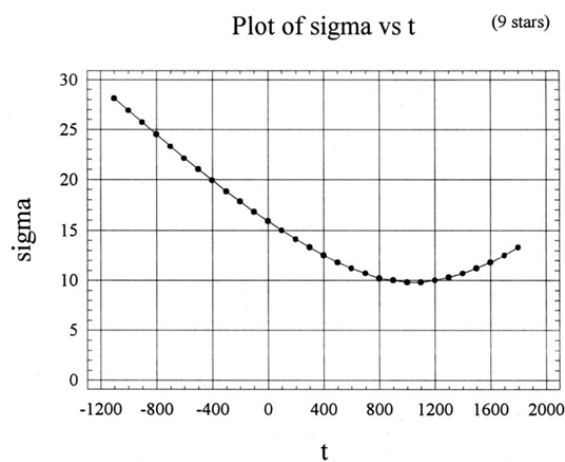


Figura 7.13. Il grafico della discrepanza latitudinale media quadratica dopo la compensazione dell'errore sistematico per le nove stelle di "secondo livello" situate a una distanza massima di 5 gradi da quelle di base. La discrepanza media quadratica è stata ridotta al minimo in conformità con le variazioni del parametro γ per l'intervallo di $\gamma_{stat} \pm 5'$ e le variazioni del parametro β per l'intervallo di $0 \pm 20'$. Il grafico raggiunge il suo minimo nel 1000-1100 d.C., nel livello dei 9-10 gradi d'arco. La discrepanza media quadratica equivale a 15' almeno per l'epoca del II secolo d.C. e quelle che l'hanno preceduta.

Il minimo del grafico è stato raggiunto intorno al 900-1000 d.C., nel livello dei 5-6 gradi d'arco. Ciò significa che la precisione della misurazione latitudinale garantita da Tolomeo era pari a 10'-15'. Infatti, come abbiamo già fatto notare, tutte le stelle del kernel informativo sono state misurate con una precisione di 10' o persino migliore. Questo è in perfetto accordo con il valore del grado della scala di 10' scelto da Tolomeo.

Per quanto riguarda l'epoca del II secolo d.C., la discrepanza qui arriva a 12'. Si tratta di due volte il valore minimo consentito, che rende i primi anni dell'epoca dopo Cristo completamente inaccettabili per il catalogo dell'*Almagesto*, per non parlare della “epoca di Ipparco” che si suppone lo abbia preceduto, in quanto la discrepanza per il II secolo a.C. corrisponde a circa 14'.

Tutte le stelle della TABELLA 4.3 sono state prese come stelle di “secondo livello” in quanto non sono più lontane di 5 grado dalle stelle del kernel informativo. Sono state trovate 9 stelle di questo tipo incluse quelle del kernel informativo. Abbiamo scoperto di dover aggiungere la stella 47 δ Cnc (la n. 3461 nei cataloghi BS4 e BS5). Il risultante grafico della discrepanza media quadratica lo potete vedere nella **Figura 7.13**. È chiaramente visibile che l'immagine cambia drasticamente quando aggiungiamo una sola stella alle otto che formano il kernel informativo, sebbene si tratti solo di una che è molto vicina alle otto e ben visibile ad occhio nudo. Il motivo più probabile è che le stelle con nome furono usate da Tolomeo come riferimento e quindi vennero misurate più volte

con la massima precisione. Le restanti devono essere state misurate “seguendo il collegamento” da una stella referenziale.

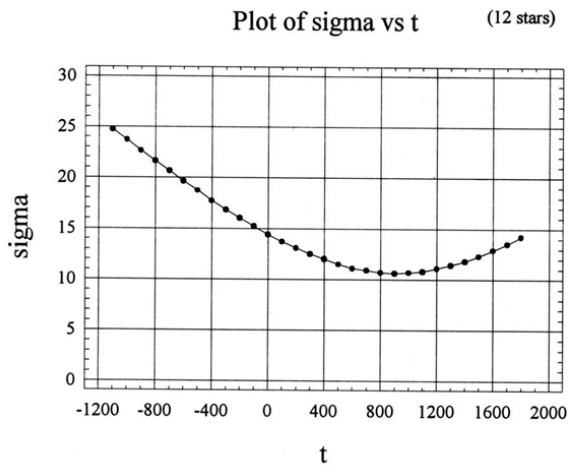


Figura 7.14. Il grafico della discrepanza latitudinale media quadratica dopo la compensazione dell'errore sistematico per le dodici stelle di “terzo livello” situate a una distanza massima di 10 gradi da quelle di base. La discrepanza media quadratica è stata ridotta al minimo secondo le variazioni del parametro γ per l'intervallo di $\gamma_{stat} \pm 5'$ e le variazioni del parametro β per l'intervallo di $0 \pm 20'$. Il grafico raggiunge il suo minimo nel 900 d.C., nel livello degli 11'. La discrepanza equivale a più di 14' per l'epoca del 100 d.C. e quelle che l'hanno preceduta.

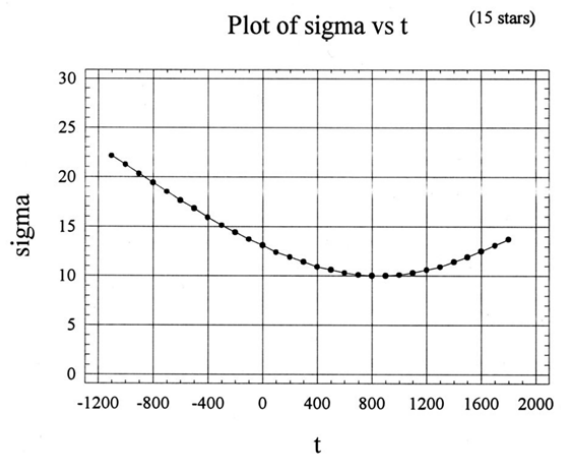


Figura 7.15. Il grafico della discrepanza latitudinale media quadratica dopo la compensazione dell'errore sistematico per le quindici stelle di “quarto livello” situate a una distanza massima di 15 gradi da quelle di base. La discrepanza media quadratica è stata ridotta al minimo secondo le variazioni del parametro γ per l'intervallo di $\gamma_{stat} \pm 5'$ e le variazioni del parametro β per l'intervallo di $0 \pm 20'$. Il grafico raggiunge il suo minimo nel 800-900 d.C., nel livello dei 10-11'. La discrepanza per l'epoca del 100 d.C. è pari a 12'.

Ciò nonostante, il grafico che incontriamo nella **Figura 7.13** è ancora abbastanza informativo. Il minimo del grafico della discrepanza è stato raggiunto intorno al 1000-1100 d.C., nel livello dei 9-10 gradi d'arco. La discrepanza media quadratica è sostanzialmente maggiore per l'epoca del II secolo d.C. così come per quelle che l'hanno preceduta. Equivale a 15' per il 100 d.C., che è sostanzialmente più grande del 150% del valore minimo.

Le stelle di “terzo livello” sono tutte stelle prese dalla TABELLA 4.3 e che si trovano a una distanza massima di 10 gradi dal kernel informativo. Abbiamo scoperto che incluse nel kernel informativo ci sono 12 stelle di questo tipo. Oltre a 47 δ Cnc, il kernel informativo è stato ampliato per includere 14o Leo (nr. 3852), 8 η Boo (nr. 5235) e 26 ϵ Sco (nr. 6241).

Il grafico della discrepanza è stato mostrato nella **Figura 7.14**. Difficilmente differisce da quello del passaggio precedente, ed è facile da capire il perché. Siamo ancora molto vicini al kernel informativo, che comprende ancora i 3/4 della quantità totale di stelle del campione. Il minimo del grafico è stato raggiunto nel 900 d.C., ossia nel livello degli 11'. La discrepanza per l'epoca del 100 d.C. e quelle prima equivale a 14' o più. A giudicare dalla **Figura 7.14**, la datazione più possibile del catalogo dell'*Almagesto* è l'intervallo tra il presunto 400 e il 1400 d.C.

Abbiamo preso tutte le stelle del “quarto livello” dal TABELLA 4.3. Sono quelle stelle situate a una distanza massima di 15 gradi dal kernel informativo. Ci sono 15 di quelle stelle: le nuove aggiunte sono 78 β Gem (nr. 2990), 79 ζ Vir (nr. 5107) e 24 μ Leo (nr. 3905). Il grafico di discrepanza può essere visto nella **Figura 7.15**. Il minimo del grafico è stato raggiunto intorno al 800-900 d.C., nel livello dei 10'-11'. La discrepanza per l'epoca del 100 d.C. equivale a 12'. Pertanto, il valore minimo della discrepanza media quadratica non si altera affatto. A quanto pare, per le distanze

inferiori a 15° gli strumenti di Tolomeo consentivano comunque di misurare le coordinate stellari rispetto alle effettive stelle di base e non “seguendo i collegamenti”.

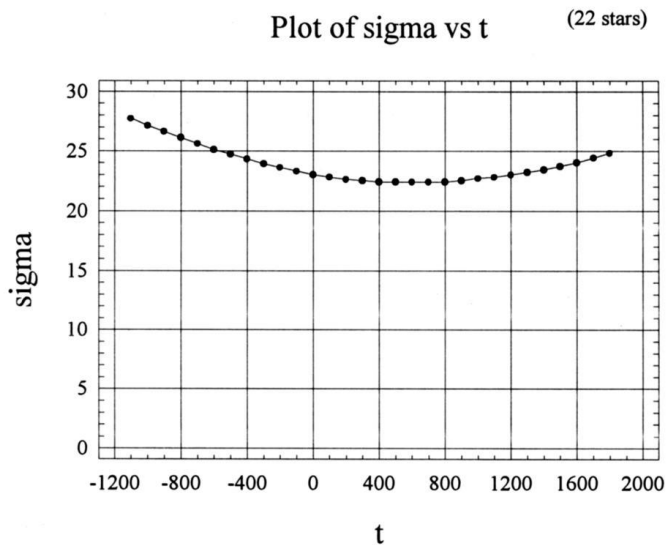


Figura 7.16. Il grafico della discrepanza latitudinale media quadratica dopo la compensazione dell'errore sistematico per le ventidue stelle di "quinto livello" situate a una distanza massima di 20 gradi da quelle di base. La discrepanza media quadratica è stata ridotta al minimo secondo le variazioni del parametro γ per l'intervallo di $\gamma_{stat} \pm 5'$ e le variazioni del parametro β per l'intervallo di $0 \pm 20'$. Il grafico raggiunge il suo minimo nel 400-800 d.C., nel livello dei 22-23'. Questo è il livello che in linea generale consideriamo caratteristico del catalogo dell'*Almagesto*. In altre parole, la vicinanza delle "stelle di base" cessa di essere efficace a una distanza di circa 15-20 gradi. Il grafico è diventato quasi uniforme a causa della riduzione significativa della precisione dei calcoli a quella distanza dalle stelle di base. La discrepanza equivale a 23' per l'inizio della nuova era, 24' per l'epoca del V secolo a.C., e così via.

Infine, per le stelle di “quinto livello” abbiamo preso quelle incluse nella TABELLA 4.3, situate a una distanza massima di 20 gradi dal kernel informativo. Ci sono 22 stelle incluso il kernel informativo: le nuove arrivate sono 112β Tau (nr. 1791), 60ι Gem (nr. 2821), 68δ Leo (nr. 4357), 29γ Boo (nr. 5435), 3β CrB (nr. 5747) e 5α CrB (nr. 5793).

Il grafico della discrepanza è stato mostrato nella **Figura 7.16**. Il minimo del grafico è stato raggiunto intorno al 400-800 d.C., nel livello dei 22'-23'. Questo è livello dell'errore medio quadratico che è in linea di massima caratteristico del catalogo dell'*Almagesto*, vale a dire che l'effetto della vicinanza delle stelle di base cessa di manifestarsi a una distanza di $15^\circ - 20^\circ$. Il grafico diventa quasi uniforme anche a causa di una visibile diminuzione della precisione di misurazione. La discrepanza equivale a 23' per l'inizio della nuova era, 24' per l'epoca del V secolo a.C. e così via.

L'ultimo passaggio mostra un drastico calo di precisione nelle misurazioni. Il tasso di errore medio quadratico è cresciuto per un fattore di due. Pertanto, prima di proseguire con la nostra estensione del kernel informativo del catalogo, ci impegniamo a calcolare la discrepanza media quadratica utilizzando solo quelle stelle di riferimento che ottengono un errore latitudinale massimo di 30 minuti per la presunta datazione del catalogo dell'*Almagesto*. Questo ci permetterà di escludere la stella che Tolomeo misurò peggio dall'inizio. La scelta di tali stelle dipende ovviamente dalla presunta datazione del catalogo. Certe presunte datazioni potrebbero far sembrare misurata bene una stella e male un'altra, e viceversa.

Continueremo a compensare l'errore sistematico rilevato nel catalogo dell'*Almagesto* e a far fluttuare sia γ che β nello stesso intervallo come sopra.

La quantità di stelle che ritroviamo nel campione dopo la selezione, sarà rappresentata sullo stesso grafico con la discrepanza. L'immagine risultante può essere vista nella **Figura 7.17**. Si può vedere che il minimo della discrepanza media quadratica scende di nuovo a 9' per il periodo 800-900 a.C., dove l'epoca scaligeriana di Tolomeo e Ipparco, ossia il 400 a.C. - 100 d.C. mostra i valori massimi della discrepanza raggiungendo persino i 12'. Facciamo notare che i risultanti valori di discrepanza di 9' per il presunto periodo di datazione del 800-900 d.C. si correla molto bene con il limite di discrepanza di 30' precedentemente specificato. La questione è che il valore casuale normalmente

distribuito con la discrepanza media quadratica di circa 9'-10' è probabile che rimanga entro i limiti di 30' o 3σ e il tasso di probabilità è vicino a 1.

Espandiamo ora la distanza massima tra le stelle e il kernel informativo del catalogo da 20° a 25°. Considereremo ancora solo le stelle il cui errore longitudinale non supera i 30' per la presunta datazione in questione. Vedere i grafici risultanti nella **Figura 7.18** che rappresenta la discrepanza e la quantità di stelle incluse nel campione per ogni presunta datazione. Il minimo della discrepanza media quadratica è stato raggiunto nell'intervallo tra l'800 e il 1000 d.C. ed è pari a circa 9,5'. Il tasso di discrepanza massima è approssimativamente pari a 12,5' ed è stato raggiunto circa nel 400 avanti Cristo. L'epoca scaligeriana di Tolomeo e Ipparco, ovvero l'inizio della nuova era, ha un tasso di discrepanza che si avvicina al massimo, circa 12'.

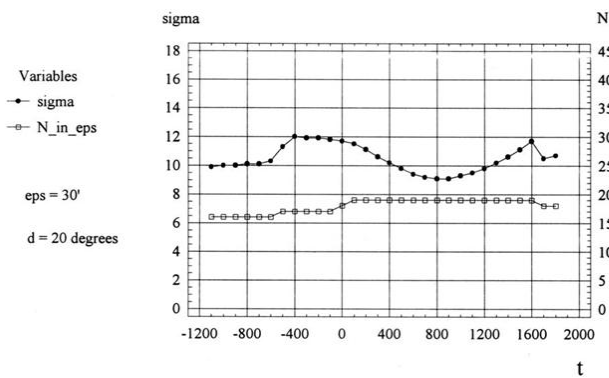


Figura 7.17. Il grafico della discrepanza media quadratica per le stelle raccolte nella TABELLA 4.3 e che si trovano entro i 20 gradi dalle stelle del kernel informativo del catalogo. Si può anche vedere il grafico del numero di stelle in questo gruppo. Le stelle la cui discrepanza longitudinale supera i 30 minuti per la presunta datazione in questione, sono state escluse dal campione. L'errore sistematico del catalogo è stato compensato.

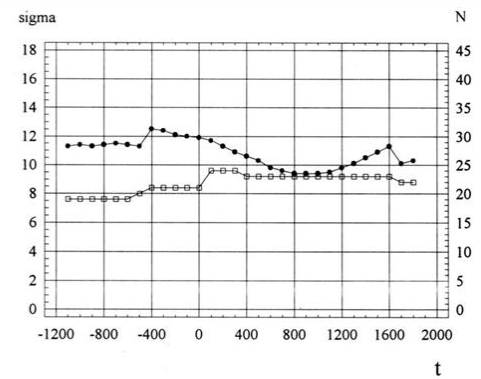


Figura 7.19. Il grafico simile della discrepanza longitudinale media quadratica per il gruppo di stelle della TABELLA 4.3 situato entro 30 gradi dalle stelle del kernel informativo del catalogo. Abbiamo anche presentato il grafico per il numero di stelle nel gruppo.

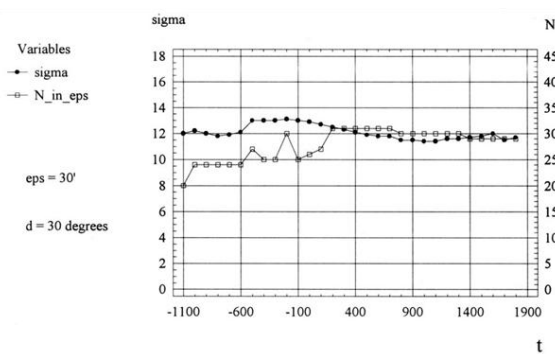


Figura 7.18. Il grafico simile della discrepanza longitudinale media quadratica per il gruppo di stelle della TABELLA 4.3 situato entro 25 gradi dalle stelle del kernel informativo del catalogo. Abbiamo anche presentato il grafico per il numero di stelle nel gruppo.

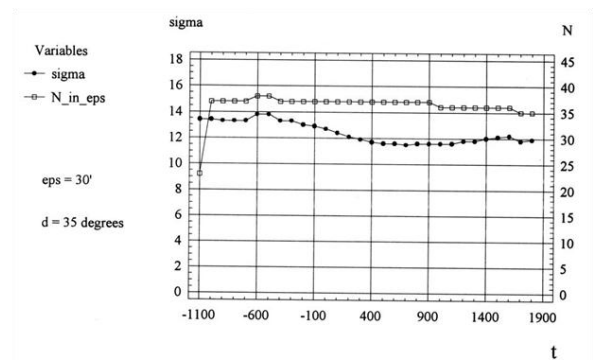


Figura 7.20. Il grafico simile della discrepanza longitudinale media quadratica per il gruppo di stelle della TABELLA 4.3 situato entro 35 gradi dalle stelle del kernel informativo del catalogo. Abbiamo anche presentato il grafico per il numero di stelle nel gruppo.

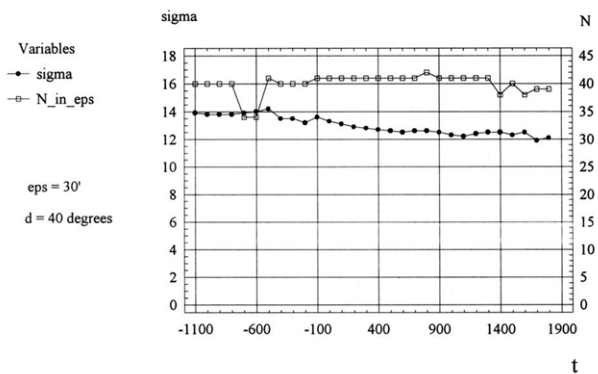


Figura 7.21. Il grafico simile della discrepanza latitudinale media quadratica per il gruppo di stelle della TABELLA 4.3 situato entro 40 gradi dalle stelle del kernel informativo del catalogo. Abbiamo anche presentato il grafico per il numero di stelle nel gruppo.

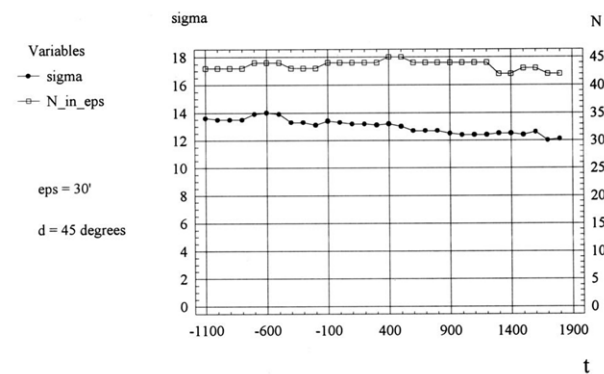


Figura 7.22. Il grafico simile della discrepanza latitudinale media quadratica per il gruppo di stelle della TABELLA 4.3 situato entro 45 gradi dalle stelle del kernel informativo del catalogo. Abbiamo anche presentato il grafico per il numero di stelle nel gruppo.

La quantità di stelle nel campione varia da 21 a 24. Nel campione ci sono 23 stelle corrispondenti alla discrepanza media quadratica minima.

Procederemo aumentando la distanza accettabile tra le stelle e il cuore da 25° a 30° , tenendo tutti gli altri parametri come erano prima. Il risultato può essere visto nella **Figura 7.19**. Ancora una volta, il minimo possibile della discrepanza latitudinale può essere raggiunto solo dopo l'800 d.C. Questo esempio contiene 30 stelle. La quantità di stelle nel campione varia tra 20 e 31 stelle, per diverse datazioni presunte. All'inizio della nuova era il tasso di discrepanza è approssimativamente pari a $13'$, che è vicino al valore massimo per il grafico in questione.

Nelle **Figure 7.20, 7.21 e 7.22** si possono trovare i grafici simili per le stelle la cui distanza dal kernel del catalogo dell'*Almagesto* non supera rispettivamente i 35° , 40° e i 45° . Il campione è composto da circa 40 stelle. La discrepanza latitudinale media quadratica minima diventa meno manifesta e “va alla deriva verso il futuro”. In linea di massima, il grafico inizia a sembrare sempre più orizzontale.

COROLLARIO. Quindi, il catalogo dell'*Almagesto* può essere datato dal moto proprio di una configurazione di circa 20 stelle. L'intervallo di datazione più possibile cade nella stessa epoca di cui sopra, vale a dire il 600-1200 d.C. Abbiamo anche scoperto che bisogna usare un'affidabile identificazione di quelle stelle che non si trovano a una distanza troppo grande dal kernel informativo (massimo $20^\circ - 25^\circ$). Se dovessimo escludere le stelle che hanno un massimo di 30 minuti di discrepanza latitudinale per le presunte datazioni del campione, finiremmo con circa 20 stelle. Questo fornisce un grafico con un minimo che si manifesta molto bene, vedere la **Figura 7.18**. Il minimo di discrepanza latitudinale di $9'$ viene raggiunto nell'intervallo del 800-1000 d.C. L'intervallo del 600-1200 d.C. corrisponde a un tasso di discrepanza molto vicino al minimo, quello di $9' - 9.5'$. L'epoca del 400 a.C. - 100 d.C. corrisponde al tasso di discrepanza massima di $11,5' - 12'$.

Sottolineiamo che la minima discrepanza di circa $10'$ può essere raggiunto solo per un gruppo di alcune decine di stelle a condizione della loro vicinanza con il kernel informativo dell'*Almagesto*. Tutti gli altri metodi di selezione delle stelle dalle aree *A*, *Zod A*, *B*, *Zod B* e *M* associate per luminosità, “fama” ecc... ci lascia con una discrepanza minima di circa $20'$, che è tipico per l'*Almagesto* in generale. Anche restare all'interno di una singola area ben misurata (*Zod A*) non è un'opzione. Ad esempio, prendiamo in considerazione tutte le stelle visibilmente mobili di quest'area, cioè tutte le stelle della TABELLA 4.3 che appartengono all'area celeste *Zod A*. Se non considerassimo il kernel informativo, ci sarebbero 12 stelle di quel genere; aggiungendo le 8 stelle

alle 12 otterremmo un totale di 20 stelle. Sfortunatamente, la precisione di latitudine per questo elenco è piuttosto bassa, molto più bassa di quella dell'area *Zod A* in generale. Il corrispondente grafico della discrepanza latitudinale media quadratica per queste 20 stelle come funzione della presunta datazione del catalogo dell'*Almagesto*, può essere visto nella **Figura 7.23**. Il valore minimo che si è manifestato scarsamente corrisponde al livello dei 23' ed è stato raggiunto nell'intervallo tra il 400 e l'800 d.C.

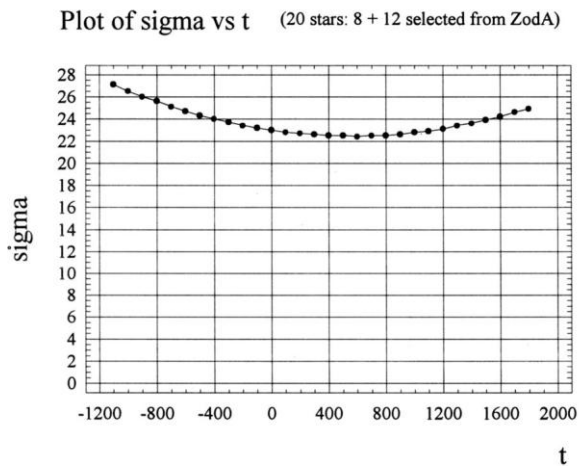


Figura 7.23. Il grafico della discrepanza latitudinale media quadratica per le 20 stelle: 12 stelle dalla TABELLA 4.3 sono situate nella regione celeste *Zod A*, le altre 8 sono quelle del kernel informativo del catalogo. Come si può vedere dal grafico, la precisione latitudinale per questo elenco è sostanzialmente inferiore alla media per la regione *Zod A*.

Solo 1' sopra il minimo e copriremmo l'intero intervallo del 400 a.C. e il 1500 d.C. Perciò, questo elenco non consente alcuna datazione affidabile a causa della bassa precisione media delle latitudini stellari che contenuta in esso. Persino le otto stelle del kernel informativo non possono migliorare la precisione latitudinale media di questo elenco, a causa del fatto che la maggior parte delle stelle visibilmente mobili della regione *Zod A* sono piuttosto fioche e sono state quindi mediamente misurate male da Tolomeo. Tenete presente che la precisione media delle sue misurazioni latitudinali equivale a 12' -13' per l'intera area *Zod A*, che è molto meglio dei 23' che noi abbiamo per le 20 stelle in questione. Senza alcuna perdita sostanziale della precisione siamo quindi riusciti a espandere il kernel informativo dell'*Almagesto* nel gruppo delle 15 stelle identificabili attendibilmente e inequivocabilmente, che sono anche visibilmente mobili e la cui velocità annuale di moto proprio equivale a 0,1" per almeno una delle coordinate. La scelta del sistema delle coordinate celesti è di scarsa importanza ora, per cui, per questioni di comodità, abbiamo usato le coordinate equatoriali del 1900 d.C., poiché sono state utilizzate nei moderni cataloghi stellari che abbiamo utilizzato. Ora riportiamo l'elenco finale delle 15 stelle che consentono la datazione dell'*Almagesto* per mezzo del moto proprio delle stelle. Il numero BS4 della stella è indicato tra parentesi ([1197]).

- 1) 16 α Boo (5340); 2) 13 α Aur (1708); 3) 32 α Leo (3982); 4) 10 α CMi (2943); 5) 67 α Vir (5056);
- 6) 21 α Sco (6134); 7) 3 α Lyr (7001); 8) 43 γ Cnc (3449); 9) 78 β Gem (2990); 10) 47 δ Cnc (3461);
- 11) 14 α Leo (3852); 12) 24 μ Leo (3905); 13) 79 ζ Vir (5107); 14) 8 η Boo (5235); 15) 26 ϵ Sco (6241).

5. La datazione del catalogo dell'*Almagesto* per mezzo di una varietà di configurazioni formate da 8 stelle luminose.

L'idea alla base di questo calcolo e del calcolo stesso è da attribuire al professor Dennis Duke della State University della Florida, un eminente specialista nell'analisi dei dati. Ha suggerito di studiare tutte le possibili configurazioni delle otto stelle con nome dell'*Almagesto*.

Per questo scopo, il professor Duke ha scelto un set di 72 stelle la cui magnitudine dall'*Almagesto* è inferiore a 3 (tenete presente che più basso è il valore, più luminosa è la stella). Poi, da questo numero ha selezionato tutte le combinazioni di 8 stelle, il cui massimo errore latitudinale nel catalogo dell'*Almagesto* non supera i 10' per un certo intervallo temporale diverso da zero (t_1, t_2) che copre l'intero periodo tra il 400 a.C. e il 1600 d.C. Il totale è pari a 736 combinazioni di otto stelle su 500.000 possibilità. Ognuna di queste combinazioni di per sé specifica un intervallo di datazione (t_1, t_2). Il professor Duke ha studiato l'insieme dei "centri di intervallo di datazione", ovvero l'insieme dei valori $(t_1 + t_2) / 2$. E' venuto fuori che se si dovesse costruire un istogramma di distribuzione delle frequenze di questi centri sull'asse del tempo, si vedrebbe manifestarsi il valore massimo nell'intervallo del 600-900 d.C., vedere la **Figura 7.24**. Perciò, l'epoca del VII-X secolo d.C. è la data più probabile in cui è stato compilato il catalogo dell'*Almagesto*.

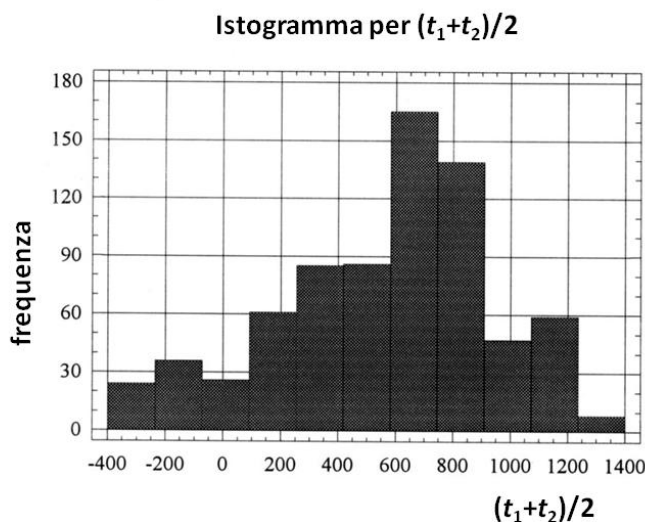


Figura 7.24. Istogramma di distribuzione della frequenza per "l'intervallo di datazione" delle 736 configurazioni di 8 stelle luminose dell'*Almagesto*. Si può vedere che il picco si manifesta nell'intervallo del 600-900 d.C.

L'approccio suggerito dal professor Duke ha il vantaggio che le configurazioni stellari misurate male o eccessivamente lente, vengono automaticamente escluse dal campione a causa del fatto che i loro intervalli di datazione o sono nulli per la soglia latitudinale di 10 minuti o abbastanza grandi da andare ben oltre l'intervallo storico del 400 a.C. - 1500 d.C. scelto a priori dal professor Duke. Si è scoperto che dopo questa rigida selezione rimangono ancora moltissime configurazioni, vale a dire 736 e ognuna di loro contiene otto stelle. Se dovessimo scegliere il "centro dell'intervallo di datazione" di alcune configurazioni con un livello latitudinale di 10', finiremmo con una datazione del catalogo che contiene alcuni errori casuali, oppure con una data di compilazione molto perturbata. Una volta creato il grafico di distribuzione di queste datazioni perturbate, saremo in grado di datare il catalogo dell'*Almagesto* con molta più precisione che nel caso in cui viene usata una singola configurazione.

L'ovvio presupposto è che la datazione effettiva del catalogo sia uguale al valore medio delle datazioni perturbate casualmente. Questa media può essere stimata dalla distribuzione empirica che abbiamo a nostra disposizione. Considerando che la distribuzione effettiva delle perturbazioni sia vicina alla normalità, sarà facile stimare la sua dispersione. L'aberrazione media quadratica della distribuzione selettiva che si vede nella **Figura 7.24** equivale approssimativamente a 350 anni. Visto in che modo il campione è stato censurato in conformità a un intervallo temporale scelto a priori e che si è dimostrato asimmetrico rispetto al centro di distribuzione (vedere la **Figura 7.24**), la stima media per questa distribuzione risulta essersi spostata lateralmente. Se dovessimo prendere

in considerazione questo effetto, la stima più precisa dell'aberrazione media quadratica dovrebbe produrre un valore ancora più piccolo.

Inoltre, il centro della distribuzione selettiva si trova vicino all'anno 800. Avendo un campione di elementi indipendente, si potrebbe arrivare alla conclusione che la datazione effettiva della compilazione del catalogo dell'*Almagesto* possa trovarsi all'interno di

$$800 \pm (3 \times 400)/\sqrt{736},$$

ossia 800 ± 45 anni. Tuttavia, il campione di elementi non può essere considerato indipendente, poiché la precisione effettiva dell'800 d.C. per la datazione dell'*Almagesto* è molto inferiore a ± 45 anni. Tuttavia, affermare in questa situazione che il periodo della compilazione del catalogo sia l'inizio dell'era dopo Cristo o un'epoca persino precedente, è una cosa da considerare altamente improbabile se non fuori discussione.

6. La procedura statistica per la datazione del catalogo dell'*Almagesto*: l'analisi della stabilità.

6.1. La necessità di utilizzare dei valori algoritmici variabili.

L'implementazione della procedura di datazione sopra descritta implica la scelta piuttosto arbitraria di alcuni valori che definiscono l'algoritmo, anche se gli altri valori derivano da conclusioni statistiche. Pertanto, nel caso in cui detti valori siano soggetti ad alterazione, occorre controllare il comportamento dell'intervallo di datazione.

6.2. La variazione del livello di confidenza.

Il valore di ε che determina il livello di confidenza è stato scelto piuttosto arbitrariamente. Tenete a mente che nei problemi statistici questo rappresenta il tasso di probabilità di accettabilità dell'errore; vale a dire che $\varepsilon = 0.1$ rappresenta la probabilità di un tasso di errore dello 0,1. Minore è il valore di ε , maggiore è l'intervallo di confidenza. La dipendenza delle dimensioni dell'intervallo di confidenza dal valore di ε è stata studiata nei Capitoli 5 e 6: in particolare, vedere la TABELLA 6.3.

Consideriamo ora la variazione del nostro intervallo di datazione secondo ε . Abbiamo già detto che ogni valore di ε inferiore a 0,1 ci fornisce lo stesso intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto* e lo si può vedere anche nella **Figura 7.11**. Questo risulta dalla posizione dell'intervallo $S_t(\alpha)$, dove $\alpha = 10'$.

Tuttavia, vediamo che arriveremmo con un'immagine completamente diversa, qualora dovessimo scegliere un diverso valore di precisione garantita α che non sia uguale a quello di 10' dichiarato da Tolomeo. Consideriamo α uguale a 15' (vedere la corrispondente area ombreggiata nella **Figura 7.11**). Il possibile intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto* si espanderà naturalmente. La soglia superiore dell'intervallo espanso non dipende da ε ed è uguale a $t = 3$, ossia il 1600 d.C. La soglia inferiore è solo marginalmente dipendente da ε , vale a dire che equivale a $t = 16.3$ per $\varepsilon = 0$, ossia il 270 d.C., mentre $\varepsilon = 0,005$ darà $t = 16.5$, in altre parole il 250 a.C.

Pertanto, questi risultati dimostrano che la scelta soggettiva del livello di confidenza ε non influenza il valore della soglia inferiore del possibile intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto*.

Abbiamo anche scoperto in che modo la dimensione dell'intervallo di datazione viene influenzata dal valore di α il cui significato rappresenta la precisione della misurazione latitudinale delle stelle con nome del catalogo; in particolare, aumentando il valore del tasso di precisione dai 10' dichiarati da Tolomeo a 15', ossia aumentandolo di un fattore 1.5, il conseguente intervallo di datazione del

catalogo dell'*Almagesto* non comprenderà l'epoca scaligeriana di Tolomeo, figuriamoci quella di Ipparco.

6.3. La riduzione del contingente del kernel informativo del catalogo dell'*Almagesto*.

Anche la scelta del kernel informativo del catalogo è in buona parte soggettiva. Infatti abbiamo scartato 4 stelle con nome su 12: Canopo, Previandematrix, Sirio e Aquila = Altair. Se il rifiuto delle prime due stelle fosse spiegato da ragioni di natura estranea a quelle di cui si occupa il nostro studio, Sirio e Aquila sarebbero state scartate perché gli errori di gruppo delle loro rispettive zone circostanti non coincidono con l'errore di gruppo di *Zod A*. Tuttavia, nel Capitolo 6 abbiamo dimostrato che ci sono almeno altre due stelle, vale a dire Lira e Capella, per le quali gli errori di gruppo delle zone che le circondano non corrispondono all'errore di gruppo di *Zod A*. La presunzione precedente è piuttosto di natura arbitraria, poiché non possiamo determinare questi errori. A parte ciò, queste due stelle si trovano a una distanza considerevole dallo Zodiaco e sono vicine a *M*, una regione misurata relativamente male.

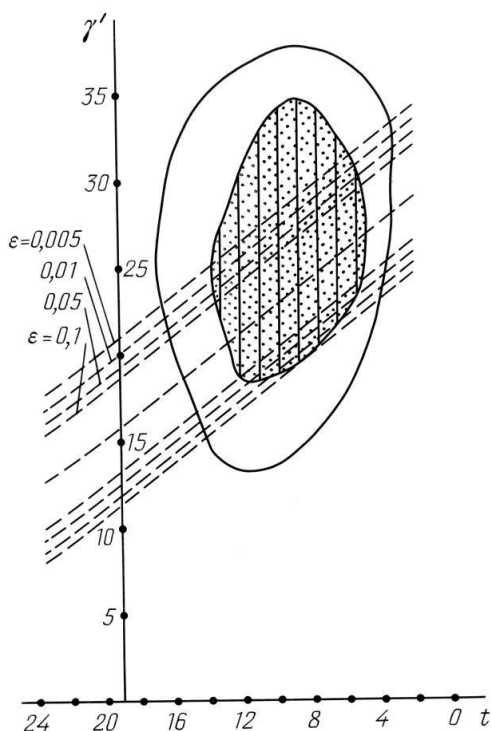


Figura 7.25. Il risultato della procedura statistica che ha coinvolto la datazione del catalogo dell'*Almagesto* tramite 6 delle sue stelle con nome.

Riflettiamo ora su come sarebbe il possibile intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto* se escludessimo queste due stelle, lasciandone solo sei nel kernel informativo del catalogo, ovvero Arturo, Regolo, Antares, Spiga, Aselli e Procione. Possiamo vedere il risultato nella **Figura 7.25** (simile alla **Figura 7.11**). Sebbene il valore dell'area del parametro γ (per il quale la discrepanza latitudinale massima non supera il livello di 10' o 15') è cresciuto sostanzialmente, i confini del possibile intervallo di datazione sono cambiati solo marginalmente. Il limite superiore rimane lo stesso per entrambi i livelli; il limite inferiore per il livello dei 15 minuti rimane lo stesso rispetto a quello che otterremmo se considerassimo le otto stelle del kernel. Il limite inferiore di $\alpha = 10'$ si è spostato indietro nel tempo solo di 100 anni.

Pertanto, se dovessimo prendere in considerazione solo le 6 stelle con nome della regione *Zod A* o delle aree circostanti, giungeremmo alla conclusione che il catalogo stellare dell'*Almagesto* potrebbe essere stato compilato non prima del 500 d.C.

6.4. L'esclusione di Arturo non influenza sostanzialmente la datazione del catalogo dell'*Almagesto*.

Ci troviamo di fronte a un'altra domanda. L'intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto* che abbiamo calcolato potrebbe essere il risultato di una sola stella in movimento? Questa domanda ha un senso, dal momento che se dovessimo trovarla il possibile errore nella misurazione delle sue coordinate potrebbe distorcere la risultante datazione. L'unica candidata per quel ruolo di "stella per la datazione" del kernel informativo è Arturo. È la più veloce di tutte e otto le stelle e definisce in buona misura il nostro intervallo di datazione. Le stelle che la circondano non sono state misurate molto bene, vedere il Capitolo 6. Pertanto, se il singolo errore delle coordinate per Arturo fosse abbastanza grande, il possibile intervallo di datazione potrebbe diventare piuttosto distorto.

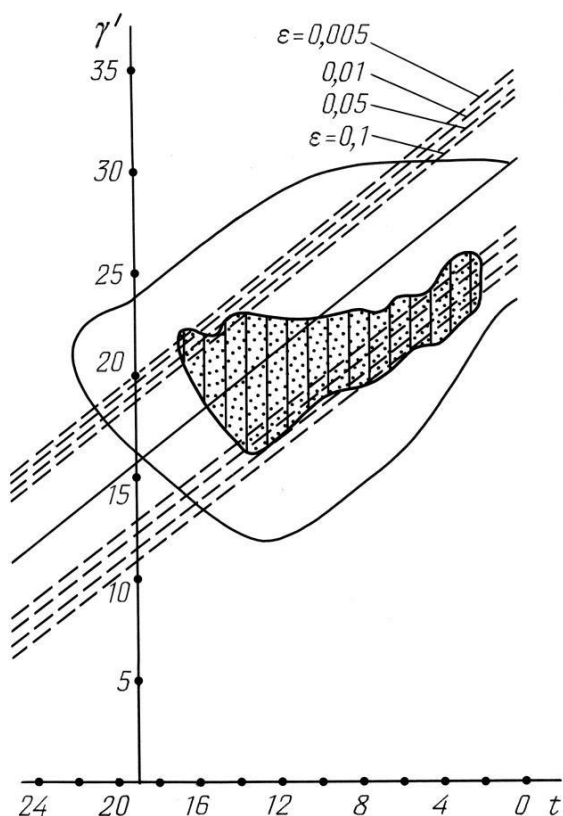


Figura 7.26. Il risultato della procedura statistica che ha coinvolto la datazione del catalogo dell'*Almagesto* tramite 7 delle sue stelle con nome.

Controlliamo come sarebbe questo intervallo se escludessimo Arturo dal kernel informativo del catalogo dell'*Almagesto*, limitandolo così a solo sette stelle. La lunghezza del nuovo intervallo naturalmente si estenderà, poiché è sostanzialmente inversamente proporzionale alla massima velocità stellare del kernel informativo del catalogo. Potere vedere il risultato nel diagramma della **Figura 7.26**, in cui si dimostra chiaramente che anche con l'assenza della stella più veloce del kernel informativo (Arturo), l'area dei 10' non va più indietro nel tempo del 300 d.C. ($t = 16$), nel livello di confidenza di $1 - \epsilon = 0,95$, o inferiore. E' solo quando estendiamo la striscia della confidenza a $1 - \epsilon = 0,99$, ossia il 99%, che quest'area inizia a coprire il 200 d.C. Vale a dire che l'epoca scaligeriana di Tolomeo non è inclusa nell'intervallo di datazione, per non parlare dell'epoca ancora più antica di Ipparco.

Consideriamo ora l'area dei 15 minuti. Raggiunge il 100 a.C. ($t = 20$) nel livello di confidenza $1 - \varepsilon = 0,95$. Il livello di confidenza $1 - \varepsilon = 0,99$ consente di raggiungere il 200 a.C., perciò l'epoca scaligeriana di Tolomeo viene raggiunta solo se rallentassimo di molto le condizioni.

Potremmo chiederci se nel nostro caso il livello di confidenza di $1 - \varepsilon = 0,95$ sia sufficiente. A quanto pare è così, dal momento che la precisione definita dal livello del 95% è sufficientemente alta per la ricerca storica; in realtà, quei valori sono considerati accettabili anche per le applicazioni tecniche e quelle che richiedono davvero un livello di precisione molto elevato. Come riferimento citiamo [273], un'opera che si occupa della datazione dell'*Almagesto*. Per cui abbiamo scelto il valore di $\varepsilon = 0,2$ ottenendo un intervallo di confidenza solo dell'80%. Quindi, le nostre conclusioni hanno un livello molto alto di affidabilità.

Possiamo concludere dicendo che né il cambiamento del livello di confidenza, né le alterazioni nel contingente del kernel informativo, né la variazione del valore di precisione garantito delle misurazioni, possono influire sulla conclusione principale che abbiamo fatto, vale a dire che il catalogo dell'*Almagesto* è stato compilato molto più tardi del I-II secolo d.C., che è l'epoca scaligeriana di Tolomeo.

7. La datazione geometrica dell'*Almagesto*.

Le conclusioni a cui siamo arrivati nei paragrafi 2-6 sono state tutte di carattere statistico. I valori effettivi dell'errore di gruppo sono stati determinati con alcuni errori statistici. Pertanto, le conclusioni relative alla coincidenza degli errori di gruppo per le varie costellazioni dell'*Almagesto* possono essere false, sebbene questa probabilità sia davvero molto bassa, poiché nella sezione precedente abbiamo analizzato la stabilità del nostro risultato statistico. Tuttavia, al fine di garantire l'assenza di errori statistici, mettiamo da parte per un po' la statistica e passiamo a fare solo delle considerazioni geometriche.

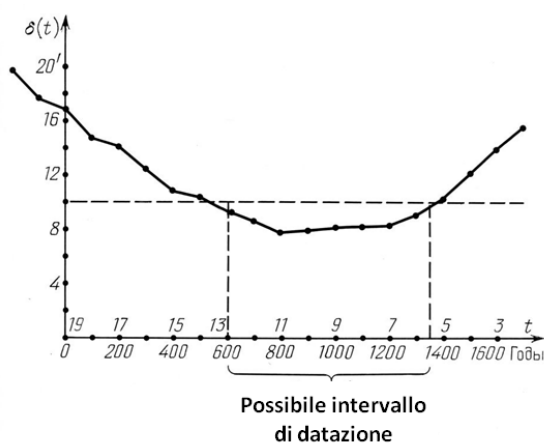


Figura 7.27. La procedura geometrica di datazione del catalogo dell'*Almagesto*: $\delta(t) = \Delta_p(t, \gamma_{geom}(t), \varphi(t))$.

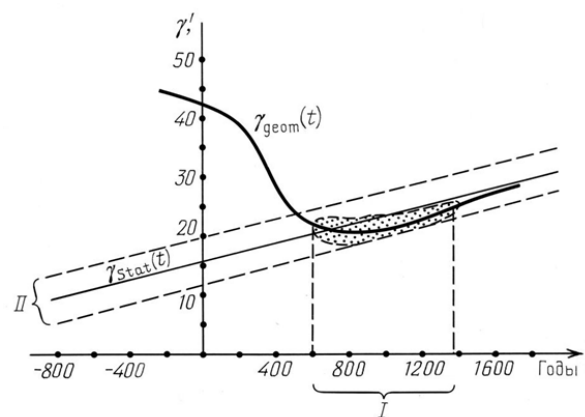


Figura 7.28. Il grafico di dipendenza $\gamma_{geom}(t)$ insieme all'intervallo di confidenza.

Consideriamo il “minimax della discrepanza latitudinale” per il kernel informativo precedentemente definito nel catalogo dell'*Almagesto* e che è formato da 8 stelle con nome:

$$\delta(t) = \min \Delta(t, \gamma, \varphi), \quad (7.7.1)$$

dove il minimo viene selezionato in base a diversi valori di γ e φ , quindi confrontiamo questa equazione con la 7.3.1. L'unica differenza tra le due è il campo alterato dei valori del parametro γ .

Nella formula 7.3.1, γ cambia nell'ambito della striscia di confidenza che copre il punto $\gamma_{stat}(t)$. L'equazione 7.7.1 non contiene questa limitazione; pertanto, $\delta(t) \leq \Delta(t)$.

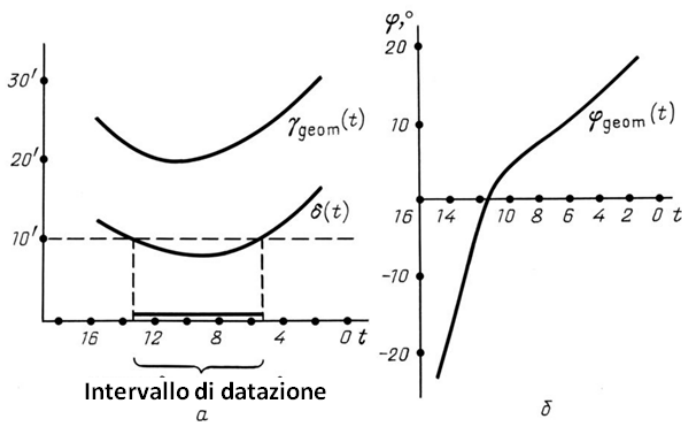


Figura 7.29. La procedura geometrica di datazione del catalogo dell'Almagesto.

Usiamo $\gamma_{geom}(t)$ e $\varphi_{geom}(t)$ per rappresentare i valori di γ e φ che comprendono il minimo della parte destra (7.7.1). La possibile bassa precisione di $\gamma_{geom}(t)$ e la procedura di stima $\varphi_{geom}(t)$ qui sono di scarsa importanza.

Ricordiamo la situazione che abbiamo già incontrato nel paragrafo 3, in cui sono state rimosse le limitazioni dal parametro φ . Queste limitazioni riguardavano solo γ . Come abbiamo visto, conduce a un intervallo di datazione che rimane inalterato per mezzo delle caratteristiche di stima statistica di φ . Ciò nonostante, l'intervallo è ampio. Faremo qualcosa del genere con entrambi i parametri (γ , φ). I valori di $\gamma_{geom}(t)$ e $\varphi_{geom}(t)$ che abbiamo introdotto possono essere considerati come i parametri per definire l'errore di gruppo del kernel informativo del catalogo, purché questo sia stato compilato in una certa epoca t .

Tenendo conto di tutto quanto detto in precedenza, consideriamo che il possibile intervallo di datazione del catalogo sia in tutti questi momenti di t presi nel loro insieme, per cui $\delta(t) \leq 10'$. Per trovare questo intervallo, disegniamo il grafico di $\delta(t)$ nelle **Figure 7.27, 7.28, 7.29 e 7.30**, come anche i grafici delle funzioni $\gamma_{geom}(t)$ e $\varphi_{geom}(t)$. Il grafico risultante di $\delta(t)$ è stato costruito secondo la formula 7.7.1, mentre i valori di $\Delta(t, \gamma, \varphi)$ sono stati calcolati dalla 7.3.1 con la successiva risoluzione di γ e φ . Per confronto, possiamo studiare il grafico di dipendenza $\varphi_{geom}(t)$ nella **Figura 7.28** completo della striscia di confidenza (vedere il paragrafo 6). Si può anche vedere che l'area dei valori di (t, γ) per i quali $\Delta(t, \gamma, \varphi) < 10'$ con un certo valore di φ .

Secondo questi grafici, l'intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagest* precedentemente stimato non si espande nemmeno se usassimo una procedura di datazione geometrica. Questa è un'ulteriore prova del fatto che le nostre stime statistiche di γ_{stat}^{ZodA} calcolate per la maggioranza delle stelle del catalogo dell'*Almagest* corrispondono di fatto all'errore di gruppo nella piccola serie di stelle con nome dell'*Almagest*. A parte ciò, abbiamo dimostrato che non esiste alcuna opzione per associare l'effettiva sfera celeste con le stelle dell'*Almagest*, in modo tale che tutte le stelle abbiano una discrepanza latitudinale inferiore a $10'$ in qualsiasi punto al di fuori dell'intervallo tra il 600 d.C. e il 1300 d.C.

Concludiamo riportando i grafici di dipendenza della presunta datazione t per le singole discrepanze latitudinali di tutte e 8 le stelle del kernel informativo dell'*Almagest* nei valori fissi di $\gamma = 20'$ e $\varphi = 0$ (vedere la **Figura 7.31**). La parte superiore di questi grafici è simile alla curva della **Figura 7.25** che rappresentava la dipendenza della discrepanza minima della presunta datazione t per la maggior parte dell'intervallo temporale dopo lo 0 d.C. ($0 < t < 9$). Ciò risulta dal valore di $\gamma = 20'$, che è vicino a quello di $\gamma_{geom}(t)$, mentre $\varphi = 0$ è vicino a $\varphi_{geom}(t)$ per la maggior parte di questo intervallo. Il risultato non è particolarmente sensibile alla variazione del valore di φ .

La **Figura 7.31** mostra esattamente quali sono le stelle del kernel informativo del catalogo dell'Almagesto che consentono di raggiungere il valore minimo della discrepanza latitudinale $\delta(t)$ per le diverse datazioni presunte t . Nella **Figura 7.31** si può vedere chiaramente la concentrazione dei valori della discrepanza latitudinale pari a zero, vicini a $t = 10$, ossia il 900 d.C. circa. Questa datazione presunta del catalogo praticamente sradica simultaneamente le discrepanze per tre stelle del kernel informativo, vale a dire Arturo (α Boo), Regolo (α Leo) e Procione (α CMi). Per tutte le altre stelle del kernel informativo, è solo la discrepanza latitudinale di Aselli (γ Can) che raggiunge lo zero vicino all'inizio della nuova era.

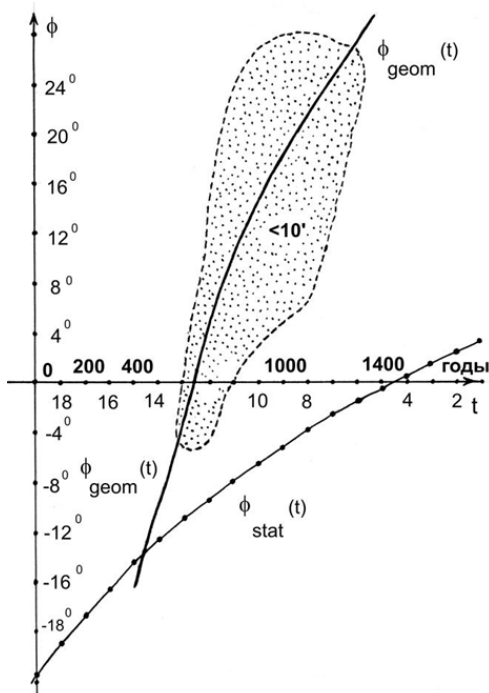


Figura 7.30. La procedura geometrica di datazione del catalogo dell'Almagesto.

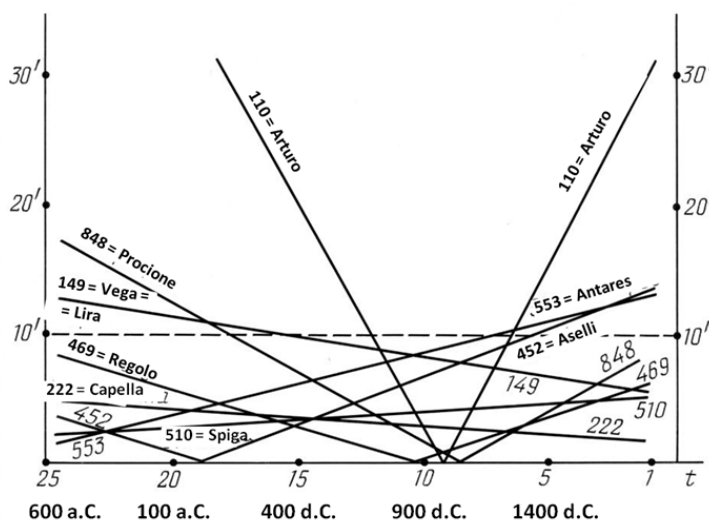


Figura 7.31. Le discrepanze latitudinali individuali del catalogo dell'Almagesto con $\beta \approx 0' \approx 21'$.

Sarebbe interessante esaminare il possibile collegamento tra la suddetta concentrazione di discrepanze pari a zero e il fatto che Arturo e Regolo, come pure Sirio, occupavano un ruolo estremamente importante nell'astronomia "antica". Arturo, ad esempio, deve essere stata la prima stella ad aver ricevuto un nome proprio nell'astronomia greca "antica", in quanto è la stella più luminosa dell'emisfero boreale. È stata menzionata in un poema "antico" di Arato che contiene riferimenti alla sfera celeste. Regolo è la stella che nell'astronomia greca viene utilizzata come riferimento per la misurazione delle coordinate di tutte le altre stelle e dei pianeti.

8. La datazione geometrica dell'Almagesto. L'influenza degli errori dei vari strumenti astronomici sul risultato della datazione.

8.1. Gli strumenti astronomici fabbricati male potrebbero aver compromesso la precisione delle misurazioni.

Il metodo di datazione geometrica non contiene il fattore di probabilità ϵ . Tuttavia bisogna testare la sua stabilità rispetto alla precisione dichiarata nel catalogo, così come il contingente del kernel informativo. Le conclusioni a cui siamo giunti sono in buona parte simili a quelli del paragrafo 6.

Per cui, aumentando il livello di precisione da 10' a 15' si sposta il limite inferiore dell'intervallo di datazione indietro al 250 d.C. Anche l'intervallo di datazione del kernel informativo compatto delle 6 stelle che si trovano nell'area *Zod A* o nelle sue immediate vicinanze, è cresciuto solo di 100 anni, diventando quindi il 500 d.C. - 1300 d.C. Una volta tolta la stella veloce Arturo dal kernel informativo del catalogo, l'intervallo di datazione si espande e diventa il 200 d.C. - 1600 d.C.

Pertanto, l'intervallo di datazione del catalogo dell'*Almagesto* stimato per mezzo di una procedura geometrica, non riesce a coprire l'epoca scaligeriana di Tolomeo, figuriamoci quella di Ipparco.

A parte questo, dimostreremo la stabilità della procedura di datazione geometrica con la possibile influenza degli errori causati dagli strumenti astronomici.

Il metodo di datazione geometrica si basa sugli errori dell'osservatore durante la stima del polo dell'eclittica. Devono essere prese in considerazione tutte le possibili rotazioni della sfera, in altre parole la rotazione ortogonale della griglia delle coordinate nello spazio. Se fossimo interessati solo alle latitudini, la rotazione della sfera potrebbe essere definita esclusivamente dal vettore di spostamento del polo, poiché il componente residuale di rotazione non influisce sulle latitudini.

Supponiamo che il vettore di spostamento dei poli abbia le coordinate (γ, φ) . Se riuscissimo a far ruotare la sfera in modo tale da ridurre la discrepanza latitudinale massima (per esempio quella del kernel informativo del catalogo, ossia le stelle zodiacali in esso contenute) a un valore inferiore a quello di Δ , la datazione del catalogo sarebbe fattibile. Ricordiamo ai lettori che per il catalogo dell'*Almagesto* $\Delta = 10'$.

In tutti i casi considerati sopra, le rotazioni ortogonali della sfera celeste erano sufficienti ad abbassare la discrepanza latitudinale massima sotto il tasso di precisione dichiarato del catalogo Δ , datando *ipso facto* il catalogo e confermando anche la precisione di Δ dichiarata da Tolomeo. Tuttavia, finora non abbiamo escluso il fatto che Tolomeo potesse aver usato uno strumento astronomico imperfetto. Per esempio, un astrolabio provvisto di anelli metallici con una leggera aberrazione nella perfezione della forma circolare. Un anello che potrebbe essere oblato da un'estremità e allungato dall'altra. A parte questo, alcuni piani di questi strumenti, nella realtà potrebbero non essere perpendicolari come avrebbero dovuto essere idealmente. Alcuni angoli potrebbero essere distorti e dare delle misure leggermente diverse su assi differenti.

In altre parole, sia lo strumento che la griglia delle coordinate che definisce lo spazio tridimensionale, potrebbe essere soggetta a una certa deformazione. Potrebbe persino far sballare del tutto i risultati della misurazione. E' del tutto logico chiedersi come mai delle lievi deformazioni dello strumento o la griglia delle coordinate a cui corrisponde detto strumento, possano influenzare il risultato della misurazione. Quanto grandi dovrebbero essere le distorsioni dello strumento, per compromettere sostanzialmente i risultati delle osservazioni? Rispondiamo a tutte queste domande di seguito.

8.2. La formulazione matematica del problema.

Formuliamo il problema con precisi termini matematici. Consideriamo uno spazio tridimensionale euclideo il cui centro contenga una sfera che corrisponde alle tre coordinate reciprocamente ortogonali agli assi. Questi assi definiscono le coppie dei piani delle coordinate ortogonali. Per poter misurare le coordinate stellari dell'eclittica, si dovrebbe proiettare la stella dall'inizio della scala delle coordinate al punto *A*, vedere la **Figura. 7.32**. Il punto *A* risultante sulla sfera viene definito dalle sue coordinate sferiche, per esempio. Dopodiché, queste coordinate vengono incluse nel catalogo dell'osservatore.

Consideriamo ora l'asse *z* da indirizzare al polo *P* dell'eclittica, mentre il piano *xy* attraversa l'eclittica della sfera. Abbiamo già spiegato nei dettagli il fatto che le latitudini stellari sono le

coordinate misurate in modo molto affidabile. Pertanto, quella che di più interessa a noi è la latitudine della stella A . La latitudine viene misurata attraverso il meridiano che collega il polo P dell'eclittica alla stella A . La latitudine zero è l'eclittica stessa, ossia il parallelo zero. Nella **Figura 7.32** la latitudine dell'eclittica della stella A è stata misurata dalla lunghezza dell'arco AB .

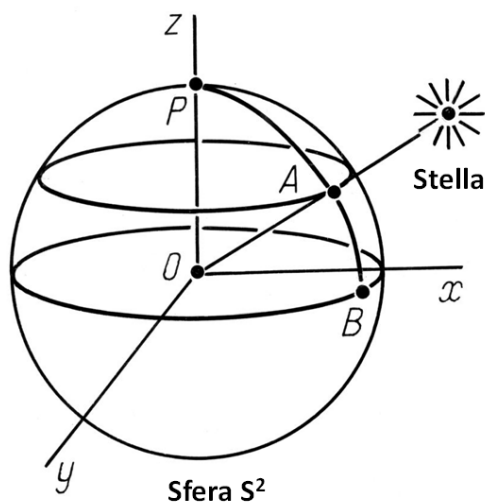


Figura 7.32. Il calcolo della latitudine dell'eclittica di una stella.

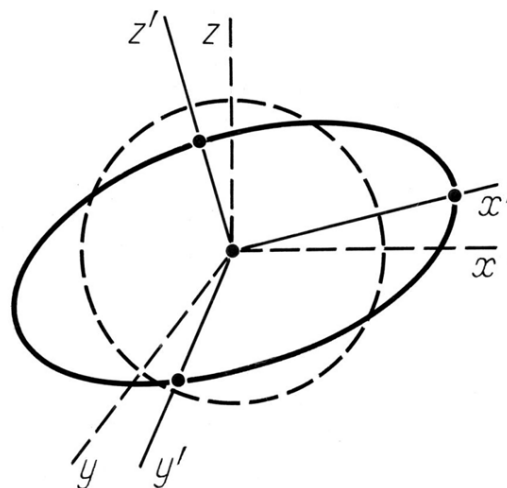


Figura 7.33. La trasformazione di una sfera in un ellissoide tramite l'influenza di una lieve deformazione lineare dello spazio ambientale.

Il processo di inclusione delle coordinate stellari sopra descritto, implica che lo strumento dell'osservatore crei un sistema ideale di coordinate sferiche nello spazio tridimensionale circostante. Tuttavia, lo strumento effettivo potrebbe essere leggermente deformato. Ignorando gli effetti di secondo ordine e senza una qualsiasi perdita di generalità, si potrebbe considerare che la deformazione dello strumento abbia causato una sorta di trasformazione dello spazio lineare nel sistema euclideo delle coordinate. Sarebbe ovvio considerare questa trasformazione lineare come un caso identico, dal momento che una grande distorsione verrebbe notata da un osservatore che rivendica una precisione di $10'$. Anche se la deformazione del sistema delle coordinate contenesse delle piccole perturbazioni non lineari, staremmo di fatto considerando la prima approssimazione lineare che descrive la distorsione dello strumento.

Una trasformazione lineare dello spazio tridimensionale che lascia intatto l'inizio delle coordinate, è specificata dalla matrice

$$C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{pmatrix}$$

Questa trasformazione distorce il sistema euclideo delle coordinate originale. La teoria elementare della forma quadratica ci dice esplicitamente che una trasformazione lineare non degenerata vicina a quella identica deforma la sfera creando una specie di ellissoide, vedere la **Figura 7.33**. Per cui, sebbene le rette originali delle coordinate ortogonali vengono in qualche modo spostate, cessando così di essere ortogonali, si possono sempre trovare tre nuove rette ortogonali allineate lungo gli assi ellissoidali. Nella **Figura 7.33**, queste tre nuove rette sono state indicate con x' , y' e z' .

Pertanto, i fini della nostra ricerca ci consentono di ipotizzare che la trasformazione lineare deforma la sfera nella seguente maniera: la prima cosa che succede è una specie di rotazione (la trasformazione ortogonale) che trasforma gli assi ortogonali x , y e z nei nuovi assi ortogonali x' , y' e z' . Quest'ultima trasformazione è stata specificata in modo univoco dalla matrice diagonale

$$R = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

I coefficienti di allungamento λ_1 , λ_2 e λ_3 rappresentano alcuni numeri reali che possono essere positivi o negativi, ma il concetto stesso del problema implica che siano differenti da zero.

8.3. La deformazione della sfera in un ellissoide.

Le deformazioni della griglia delle coordinate che sono state causate dalle curve ortogonali, sono state studiate in precedenza, per cui ora possiamo concentrare tutta la nostra attenzione sulla seconda trasformazione, vale a dire quella della similarità definita dalla matrice diagonale R .

Pertanto, senza perdita di generalità possiamo ipotizzare che la deformazione dello strumento astronomico che genera una trasformazione lineare nella griglia delle coordinate euclidee tridimensionali, è specificato dalla trasformazione della similarità R con i coefficienti di allungamento λ_1 , λ_2 e λ_3 , vedere la **Figura 7.34**. Facciamo notare che i valori di λ_i possono essere pari a uno, maggiori di uno o più piccoli di uno, a prescindere l'uno dall'altro. Pertanto, quando ci riferiamo ai coefficienti di allungamento, in realtà non si tratta solo di questo (l'espansione dimensionale lineare lungo l'asse), ma anche della possibile compressione o riduzione dimensionale lineare. Se λ_i fosse maggiore di 1 per alcuni punti di i , avremmo l'espansione; se il valore fosse inferiore a uno, potremmo osservare che sull'asse in questione avviene la compressione.

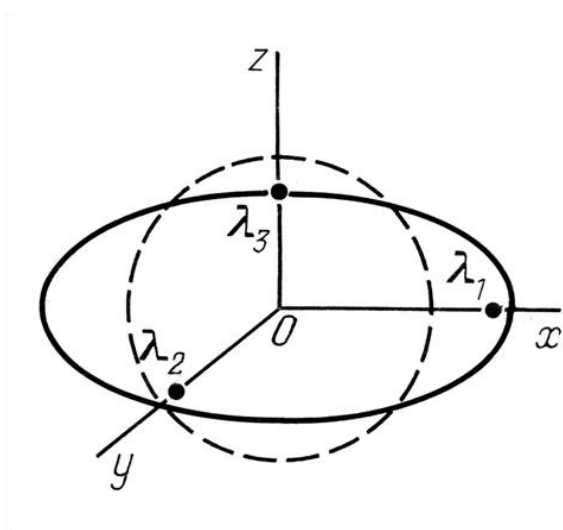


Figura 7.34. La trasformazione della similarità con i coefficienti indipendenti di espansione e compressione lungo i tre assi ortogonali.

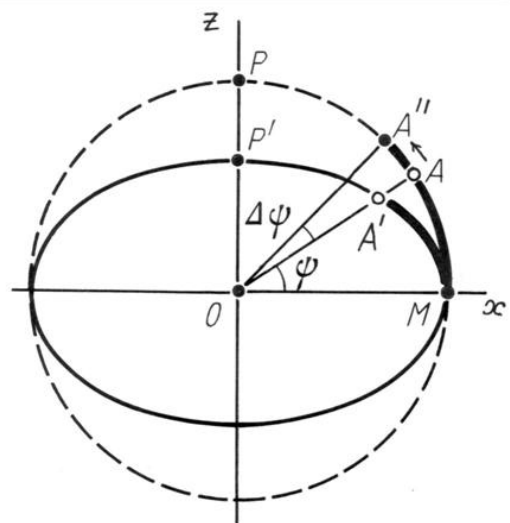


Figura 7.35. Le latitudini distorte delle stelle osservate, come conseguenza delle lievi distorsioni del sistema delle coordinate derivanti dalle imperfezioni nella fabbricazione degli strumenti astronomici di misurazione.

I valori di λ_1 , λ_2 e λ_3 possono essere considerati come i valori del semiasse dell'ellissoide. Nella **Figura 7.34** questi semi-assi sono rappresentati con i segmenti $O\lambda_1$, $O\lambda_2$ e $O\lambda_3$.

8.4. Le discrepanze delle misurazioni nel “sistema delle coordinate ellissoidali”.

Procediamo a discutere i cambiamenti nel sistema delle coordinate deformate descritte sopra, quello che chiameremo “ellissoidale”. Nella **Figura 7.35** il piano del disegno attraversa il centro O , la stella A e il polo P dell'eclittica. Questo piano interseca l'ellissoide creato dallo strumento lungo l'ellisse, che è stato disegnato nella **Figura 7.35** con una curva continua. La rispettiva circonferenza dello strumento ideale è stata disegnata con una curva tratteggiata. Dal momento che siamo solo interessati alle latitudini, ricordiamo ai lettori che sono quelle che vengono comunemente più contate dal punto dell'eclittica, ossia il punto M della **Figura 7.35** utilizzato come punto di riferimento. L'osservatore ha diviso l'arco MP' in 90 parti uguali, per cui ha diviso l'anello (o ellisse) in gradi. Dal momento che quella che abbiamo diviso era un'ellisse e non un cerchio, i gradi uniformi sull'ellisse distorcono di qualche misura gli angoli, per cui la divisione non sarà uniforme. Ipotizziamo che l'osservatore non l'abbia notato, altrimenti lo strumento sarebbe stato messo a punto.

Dopo l'osservazione, la posizione della stella effettiva A è stata contrassegnata dallo “strumento ellittico” con A' . L'osservatore l'ha considerata come la latitudine effettiva della stella e l'ha inserita nel suo catalogo, in cui ovviamente si presume che il sistema delle coordinate sia idealmente sferico; pertanto è stata trascritta come un certo punto A'' . La posizione effettiva della stella si sarebbe spostata e abbassata un po', se $1 = \lambda_1 > \lambda_3$.

La natura dell'ellisse dovrebbe indicare il punto P' sopra il punto P (in altre parole con $1 = \lambda_1 < \lambda_3$), per cui la stella verrà spostata in una direzione diversa. In questo caso il punto A'' sarà maggiore del punto A sulla circonferenza PM . Ovviamente, la risultante trasformazione della circonferenza (da A ad A'') è di natura non lineare. Può essere continua fino alla trasformazione dell'intero piano e dell'intero spazio tridimensionale. Il punto di riferimento iniziale delle coordinate rimane lo stesso tutto il tempo. Tuttavia, poiché consideriamo che l'effetto di distorsione dello strumento sia stato lieve, basterà studiare l'approssimazione lineare come detto in precedenza. In altre parole, se utilizzassimo la parte principale lineare al posto dell'intera trasformazione non lineare descritta sopra, avremmo un errore non troppo grande. Questa parte principale si manifesta nell'allungamento dei tre assi ortogonali con i coefficienti λ_1, λ_2 e λ_3 .

Per cui, siamo tornati alla formulazione matematica del problema riportata sopra (vedere i paragrafi 8.2 e 8.3). I valori precisi degli errori introdotti nelle latitudini stellari da questa trasformazione sono stati calcolati dagli autori; i risultati dei calcoli sono stati riportati nella TABELLA 7.4.

TABELLA 7.4. I valori dell'errore calcolati quantitativamente, inerenti alle latitudini stellari e risultanti dalle imperfezioni nella forma degli anelli dell'astrolabio. Qui, $\lambda_3 / \lambda_1 = 1 + \varepsilon$. I valori della distorsione angolare sono indicati in minuti e frazioni di minuti.

b	$\varepsilon =$						
	-0.02	-0.01	-0.004	0	0.004	0.01	0.02
10°	5.0'	3.0'	1.0'	0	-1.0'	-3.0'	-5.0'
20°	11.0'	5.5'	2.0'	0	-2.0'	-5.5'	-11.0'
30°	15.0'	7.5'	3.0'	0	-3.0'	-7.5'	-15.0'
40°	17.0'	8.5'	3.4'	0	-3.4'	-8.5'	-17.0'
50°	17.0'	8.5'	3.4'	0	-3.4'	-8.5'	-17.0'
60°	15.0'	7.5'	3.0'	0	-3.0'	-7.5'	-15.0'

8.5. La stima della distorsione degli angoli misurata dallo “strumento marginalmente ellissoidale”.

Pertanto, prendiamo in considerazione la trasformazione lineare dello spazio tridimensionale definito dai tre valori λ_1, λ_2 e λ_3 , ossia la matrice

$$R = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

Dobbiamo stimare la risultante distorsione dell'angolo. Mettiamo che ψ sia uguale alla latitudine effettiva della stella effettiva. Se venisse misurata con uno strumento ellissoidale, si trasformerebbe nel valore diverso ψ' . La differenza $\Delta\psi = \psi - \psi'$ è il valore della distorsione effettiva. Geometricamente, la distorsione è specificata dall'angolo $\Delta\psi$ tra la direzione della stella effettiva e la direzione misurata per mezzo di uno strumento deformato.

Secondo noi non è necessario considerare l'intero spazio tridimensionale, ma che dopo tutto dovrebbe essere sufficiente il piano piatto. Infatti, la **Figura 7.36** dimostra che la trasformazione lineare R sposta la stella A nella nuova posizione A'' , mentre la parallela della stella A si trasformerà nella parallela della stella A'' . Questo è il risultato del piano ortogonale all'asse OP , che definisce la parallela della stella A , la quale occuperà una nuova posizione e resterà ortogonale all'asse OP . Dal momento che siamo interessati solo alle latitudini, sarà sufficiente studiare il punto B al posto del punto A'' , quello che si trova sul meridiano della stella A , vedere la **Figura 7.36**.

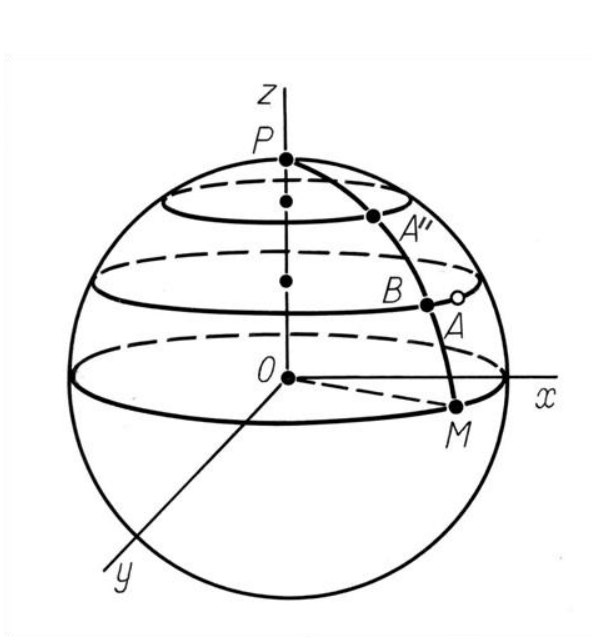


Figura 7.36. Come conseguenza della trasformazione lineare del sistema delle coordinate, la stella dovrà "alterare la sua posizione" (qui $\lambda_1 = 1$).

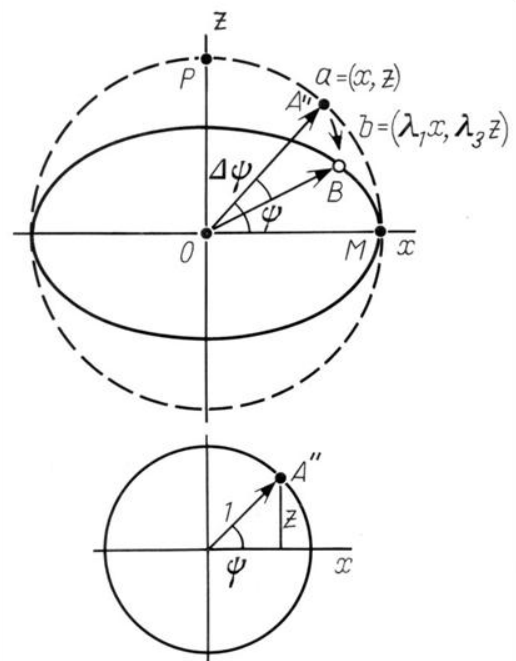


Figura 7.37. La trasformazione di una circonferenza in un'ellisse a seguito di una lieve distorsione del sistema delle coordinate.

La trasformazione R fa in modo che il piano che attraversa l'asse OP e il meridiano della stella A ruoti attorno all'asse OP . Il piano spostato genera una trasformazione lineare della similarità; il problema tridimensionale diventa così bidimensionale, per cui dovremo studiare l'ellisse nelle due dimensioni, vedere la **Figura 7.37**. Ignorando le indicazioni precedenti, introduciamo sul piano le coordinate cartesiane (x, z) e consideriamo la trasformazione lineare

$$R = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_3 \end{pmatrix}$$

definita dagli allungamenti λ_1 e λ_3 lungo i rispettivi assi x e z .

La posizione della stella A è specificata sulla circonferenza per mezzo del raggio-vettore $a = (x, z)$, mentre la posizione della “stella spostata” è contrassegnata con la B dal raggio-vettore $b = (\lambda_1 x, \lambda_3 z)$. Il nostro obiettivo è quello di calcolare l'angolo $\Delta\psi$ in funzione della latitudine iniziale ψ e dei coefficienti di allungamento (compressione) λ_1 e λ_3 .

8.6. La possibile stima della distorsione e la stabilità della datazione risultante.

Secondo i teoremi elementari della geometria analitica, $\cos \Delta\psi$ è uguale al prodotto scalare (a, b) dei vettori a e b diviso per la lunghezza del vettore b . Il raggio della circonferenza OM viene naturalmente presunto uguale a 1, che può sempre essere ottenuto tramite la scelta della scala. Per cui,

$$\cos \Delta\psi = \frac{\lambda_1 x^2 + \lambda_3 z^2}{\sqrt{\lambda_1^2 x^2 + \lambda_3^2 z^2}}$$

Mettiamo che $\lambda = \lambda_3 / \lambda_1$ e che $\lambda = 1 + \varepsilon$. Quindi

$$\cos \Delta\psi = \frac{x^2 + \lambda z^2}{\sqrt{x^2 + \lambda^2 z^2}} = \frac{1 + \varepsilon z^2}{\sqrt{1 + 2\varepsilon z^2 + \varepsilon^2 z^4}}$$

Mettiamo che $m = 1 / \cos \Delta\psi$, quindi $m \geq 1$. La quadratura ci darà

$$1 + 2\varepsilon z^2 + \varepsilon^2 z^4 = m^2 + 2m^2 \varepsilon z^2 + m^2 \varepsilon^2 z^4$$

Per cui,

$$\varepsilon = \frac{m^2 - 1}{1 - m^2 z^2} + \sqrt{\frac{m^2 - 1}{(1 - m^2 z^2) z^2} + \left(\frac{m^2 - 1}{1 - m^2 z^2}\right)^2}$$

Se il valore di $\Delta\psi$ fosse piccolo, $m \approx 1$ e potrebbe essere trascritto con

$$m = 1/\cos\Delta\psi \approx 1 + (\Delta\psi)^2/2.$$

Pertanto,

$$m - 1 \approx (\Delta\psi)^2/2, 1 - m^2z^2 \approx 1 - z^2.$$

Infine, per i valori bassi di $\Delta\psi$ abbiamo

$$\varepsilon \approx \sqrt{\frac{m^2 - 1}{(1 - m^2z^2)z^2}} \approx \sqrt{\frac{(m - 1)(m + 1)}{(1 - z^2)z^2}} \approx \sqrt{\frac{(\Delta\psi)^2}{(1 - z^2)z^2}} = \frac{\Delta\psi}{z\sqrt{1 - z^2}}$$

Tuttavia, $z = \sin\psi$ e $\sqrt{1 - z^2} = \cos\psi$, vedere la **Figura 7.37**. Pertanto, per i valori bassi di $\Delta\psi$ avremo la seguente

$$\varepsilon \approx \frac{\Delta\psi}{\sin\psi \cos\psi} = \frac{2\Delta\psi}{\sin 2\psi},$$

la quale implica che $\Delta\psi = \frac{\varepsilon}{2} \sin 2\psi$.

Ora cerchiamo di trovare le stime numeriche effettive di ε . Tenete presente che $\lambda_3 / \lambda_1 = 1 + \varepsilon$, il che vuol dire che il valore di ε rappresenta il tasso di distorsione del sistema delle coordinate. I valori che utilizziamo nelle nostre formule sono comodi da esprimere in radianti. Per cui: $1^\circ = \pi / 180$; $1' = 1^\circ / 60 = 3,14 / (60 \times 180) \approx 4,35 \times 10^{-4}$, ossia $1' \approx 0.00044$.

Pertanto, per i valori sensibili di ε , ossia gli errori dello strumento non visibili a occhio nudo, le latitudini delle stelle che sono vicini al polo o all'eclittica sono solo leggermente distorte. La questione è che in questi casi $\sin 2\psi$ tende a essere pari a zero, il che dovrebbe dirci che gli errori ragionevolmente possibili dello strumento non possono influenzare significativamente il risultato della misurazione delle stelle che possiedono valori latitudinali sia piccoli che grandi, in altre parole le latitudini vicine a 0° e 90° . Possiamo aspettarci le massime aberrazioni latitudinali dalle stelle situate a grande distanza sia dal polo che dal polo dell'eclittica.

Forniamo le stime quantitative precise utilizzando il materiale di un vero catalogo stellare: l'*Almagesto*, per esempio. Come si vede dalla **Figura 7.27**, il grafico della massima discrepanza latitudinale del kernel informativo dell'*Almagesto* cresce piuttosto rapidamente sia a sinistra che a destra dell'intervallo tra il 600 d.C. e il 1300 d.C. Ci si potrebbe chiedere se tenendo conto degli errori dello strumento ci consentirebbe di annullare o minimizzare questa discrepanza latitudinale intorno all'inizio della nuova era, che è l'epoca in cui fu creato l'*Almagesto* secondo la versione di Scaligero della cronologia.

In altre parole, ci chiediamo se si potesse trovare qualsiasi prova dell'ipotesi scaligeriana secondo cui il catalogo stellare dell'*Almagesto* sarebbe stato creato in un certo periodo vicino all'inizio della nuova era. Tuttavia, si presume che l'osservatore abbia usato uno strumento un po' deformato che è risultato nell'introduzione di un certo errore nelle latitudini stellari. Se tenessimo conto di questo errore, ci consentirebbe di datare il catalogo a un'epoca più vicina all'inizio della nuova era?

Dimostreremo che ciò è impossibile. Ipotizziamo che i risultati della misurazione siano stati compromessi dagli strumenti astronomici deformati e teniamo conto di questi errori al fine di minimizzare la discrepanza latitudinale del kernel informativo dell'*Almagesto*, supponendo che le stelle siano state osservate intorno all'inizio della nuova era. Tuttavia, avevamo già calcolato questa discrepanza piuttosto sostanziale: il suo minimo è di 35' per lo 0 d.C. Può essere corretto dalla scelta di un valore idoneo di ε ?

In precedenza è stato dimostrato che la minimizzazione della discrepanza latitudinale per le stelle con valori latitudinali piccoli e grandi non è affatto possibile; tuttavia, potremmo provare con le stelle le cui latitudini sono vicine a $30^\circ - 40^\circ$. Il kernel informativo del catalogo dell'*Almagesto* contiene Arturo; la sua latitudine corrisponde a 31 gradi. Inoltre, dal momento che Arturo possiede un'alta velocità di moto proprio, è il fattore principale per produrre la massima discrepanza latitudinale del kernel informativo all'inizio della nuova era. La **Figura 7.31** dimostra che il grafico della discrepanza latitudinale di Arturo fa in modo che questa discrepanza raggiunga i 35' attorno all'inizio del periodo dopo Cristo. Quindi cerchiamo di indagare se sia possibile una sostanziale riduzione della discrepanza in prossimità della datazione di Scaligero del catalogo dell'*Almagesto*, supponendo che lo strumento dell'osservatore fosse deformato.

Calcoliamo il valore di ε . Come è stato detto in precedenza, il tasso di precisione Δ del catalogo dell'*Almagesto* equivale a 10' come dichiarato dal compilatore. Perciò, al fine di annullare la discrepanza latitudinale di Arturo, questa deve essere ridotta da 35' a 10', rendendola più piccola di un fattore di 25'. Quindi dobbiamo trovare quel valore di ε che renderà $\Delta\psi$ uguale a 25'. In radianti $\Delta\psi = 0,01$. La formula di ε ci dice immediatamente questo

$$\varepsilon \approx \frac{0.01}{\sin 30^\circ \cos 30^\circ} \approx 0.04.$$

Pertanto, ε dovrebbe essere più o meno uguale a 0,04. Solo le distorsioni dello strumento potrebbero spiegare la discrepanza latitudinale di Arturo osservata nell'inizio dell'epoca dopo Cristo. Tuttavia, questo valore di ε è eccessivo; per esempio, se il raggio dell'astrolabio fosse uguale a 50 centimetri, lo strumento dovrebbe essere deformato in misura tale che uno dei semi-assi sarebbe uguale a 52 cm; vale a dire che l'errore deve manifestarsi come una deformazione di 2 cm! Difficilmente si può tollerare una precisione così bassa da uno strumento astronomico, altrimenti dovremmo supporre che all'epoca di Tolomeo anche le capriole erano più precise degli astrolabi.

8.7. La tabella dei valori numerici per le “distorsioni ellissoidali” possibili.

Prima abbiamo riportato la tabella dei valori esatti di distorsione derivanti dalle misurazioni della latitudine stellare realizzate con un certo strumento, ad esempio un astrolabio che aveva un anello latitudinale deformato. Facciamo notare che il tasso dell'errore latitudinale della stella A dipende anche dal valore della latitudine effettiva di A , come anche il valore di $\lambda = R_3 / R_1$. Qui R_1 e R_3 sono i semiassi latitudinali dell'anello ellissoidale dello strumento. Come sopra, supponiamo che $\lambda = 1 + \varepsilon$. Quindi, il valore di $\varepsilon = 0$ dovrà corrispondere all'anello ideale, quando l'ellisse diventerà una circonferenza. In questo caso le discrepanze devono essere uguali a zero per tutte le latitudini. Come si può vedere dalla TABELLA 7.4, i valori massimi assoluti degli errori compaiono alla latitudine di 45 gradi, che è anche facile da dimostrare teoricamente. La TABELLA 7.4 contiene i valori della differenza $b' - b$, dove b è il valore preciso della latitudine di una stella e b' il valore della latitudine misurata dai segni sugli anelli ellissoidali con il parametro $\lambda = 1 + \varepsilon$. I valori di b e ε sono le voci della tabella; i valori delle distorsioni $b' - b$ sono stati calcolati quantitativamente con l'uso del computer.

La TABELLA 7.4 mostra solo quale tasso di errore abbiamo considerato accettabile, sostituendo la trasformazione della griglia delle coordinate non lineari considerate sopra, per mezzo della sua parte lineare principale. Prendendo in considerazione questo errore non si influenzano le nostre conclusioni sull'impossibilità di concepire che lo strumento di Tolomeo sia stato deformato a tal punto da consentire un intervallo di datazione che copra l'epoca scaligeriana dell'*Almagesto*, ovvero il I-II secolo d.C.

8.8. Conclusioni.

- 1) È teoricamente possibile che uno strumento astronomico deformato produca un sistema di coordinate spaziali soggetto a una certa trasformazione lineare.
- 2) Si può teoricamente calcolare la dipendenza tra il coefficiente di distorsione dello strumento ε e l'errore risultante nella stima della latitudine stellare.
- 3) I dati contenuti nei cataloghi veri (come ad esempio l'*Almagesto*) consentono la stima dei valori numerici di ε e $\Delta\psi$.
- 4) Nessuna deformazione sensibile dello strumento astronomico può spiegare il gigantesco errore longitudinale scoperto nel catalogo dell'*Almagesto*, supponendo che le osservazioni sono state condotte all'inizio della nuova era.

9. Il comportamento longitudinale delle stelle con nome dell'*Almagesto*.

Durante i nostri sforzi volti alla datazione, abbiamo considerato separatamente le latitudini e le longitudini del catalogo. Abbiamo scoperto che la precisione longitudinale dell'*Almagesto* è molto più alta di quella longitudinale. E' stata l'analisi delle latitudini che ci ha permesso di costruire un possibile intervallo informativo di datazione per il catalogo dell'*Almagesto*.

Ovviamente, abbiamo condotto tutti i calcoli necessari per verificare la datazione che finisce per usare le longitudini anziché le latitudini. Come ci si potrebbe aspettare se si fossero presi in considerazione i risultati della nostra analisi preliminare, è venuto fuori che non si può datare il catalogo dell'*Almagesto* in qualsiasi punto dell'intervallo tra 1000 d.C. e il 1900 d.C. tramite le longitudini stellari, poiché la loro precisione è troppo bassa.

Più avanti studieremo la possibilità di utilizzare sia le latitudini che le longitudini per datare il catalogo dell'*Almagesto*.

Ora consideriamo la datazione dell'*Almagesto* che finisce per usare come base le longitudini e non le latitudini.

Useremo $L_i(t, \gamma, \varphi)$ per riferirci alla latitudine della stella i tenendo conto degli angoli di rotazione della sfera celeste γ e φ . Tenete presente che queste indicazioni rappresentano la compensazione del possibile errore nella posizione dell'eclittica. L'errore è definito dai parametri γ e φ . Al fine di rendere più precise le nostre conclusioni, considereremo solo le 6 stelle con nome del catalogo dell'*Almagesto* provenienti dall'area celeste *Zod A* e dalle sue immediate vicinanze, ovvero Arturo, Regolo, Antares, Spiga, Aselli e Procione. Nel Capitolo 6 siamo riusciti a capire che per queste sei stelle l'errore di gruppo γ coincide con il valore di γ_{stat}^{ZodA} .

Calcoliamo i valori di $L_i(t, \gamma_{stat}^{ZodA}(t), \varphi_{stat}^{ZodA}(t))$ per queste stelle, ossia le loro latitudini dopo la compensazione del rispettivo errore di gruppo per l'epoca t . Ovviamente, qui si può fare un errore significativo per almeno due motivi. Il primo è che il parametro φ influenza notevolmente i valori

delle longitudini. Allo stesso tempo, abbiamo osservato che non c'è stabilità nella stima di questo parametro; pertanto, non si può assolutamente garantire che sia lo stesso per tutte e sei le stelle e che sia uguale a φ_{stat}^{ZodA} . La seconda ragione è la seguente: prima non abbiamo considerato gli errori di gruppo nelle longitudini, che potrebbero benissimo esserci, vedere [1339]. La loro analisi porta alla necessità di introdurre un altro valore che renderebbe parametrizzabile l'errore di gruppo. Il parametro τ può servire a tale scopo, vedere il Capitolo 3. Rappresenta l'angolo di rotazione della sfera celeste attorno ai due nuovi poli dell'eclittica definiti dai parametri γ e ϕ .

Definiamo $\Delta L_i(t) = L_i(t, \gamma_{stat}^{ZodA}(t), \varphi_{stat}^{ZodA}(t)) - l_i$. Se tracciassimo il grafico di funzione per $\Delta L_i(t)$, potremmo rappresentarlo con la somma di una funzione quasi lineare (la variazione longitudinale uniforme derivante dalla precessione) e la “aggiunta” irregolare corrispondente a tutti i tipi di errori.

Pertanto, al fine di escludere dalla considerazione gli effetti della precessione, così come il possibile errore sistematico τ , introduciamo il valore

$$\Delta \bar{L}(t) = \frac{1}{6} \sum_{i=1}^6 \Delta L_i(t).$$

$\Delta \bar{L}(t)$ è un valore piuttosto preciso che misura gli spostamenti longitudinali delle 6 stelle in esame risultanti dalla precessione. Supponiamo che

$$\Delta L_i^0(t) = \Delta L_i(t) - \Delta \bar{L}(t).$$

La precessione non ha praticamente nessun effetto sul valore $\Delta L_i^0(t)$.

Nella **Figura 7.38** si possono vedere i cambiamenti di $\Delta L_i^0(t)$ come funzioni della presunta datazione per le sei stelle dell'*Almagesto* prese in considerazione. La prima implicazione dell'immagine è la bassa velocità di variazione dei valori di $\Delta L_i^0(t)$ nel corso del tempo. Dopo la compensazione della precessione, le stelle “veloci” dell'*Almagesto* risultano essere molto “lente” per quanto riguarda le longitudini. Per esempio, le velocità di variazione della longitudine di Arturo e Regolo sono quasi uguali tra loro. Procione diventa la stella più veloce delle sei; tuttavia, la sua longitudine oltre i 3000 anni (tra il 1100 a.C. e il 1900 d.C.) è modificata solo di 17', che è leggermente superiore a 5' per millennio. Questi lenti cambiamenti longitudinali sono ovviamente insufficienti per una datazione informativa.

Nella **Figura 7.39** possiamo vedere due grafici che potrebbero teoricamente servire ai fini della nostra datazione. Tuttavia, il comportamento di questi grafici testimonia la loro totale inutilità in questa veste. Consideriamo in particolare le due seguenti funzioni:

$$\Delta L_{max}(t) = \max_i |\Delta L_i^0(t)|, \quad \Delta L^0(t) = \max_i \Delta L_i^0(t) - \min_i \Delta L_i^0(t).$$

La prima corrisponde alla massima discrepanza longitudinale tra le stelle effettive in fase di studio e quelle trovate nell'*Almagesto*. Il valore assoluto dell'aberrazione si considera che tenga conto della precessione. La seconda funzione non dipende dalla precessione, in quanto è la differenza tra l'aberrazione minima e quella massima. La funzione di $\Delta L_{max}(t)$ raggiunge il suo minimo a $t = 15$,

ossia nel 400 d.C., mentre la funzione $\Delta L^0(t)$ lo raggiunge a $t = 32.5$, che corrisponde approssimativamente al 2350 a.C. Entrambe le funzioni assumono dei valori considerevolmente grandi ($\Delta L^0(t) \geq 25'$ e $\Delta L^0(t) \geq 30'$ a partire dall'epoca scaligeriana di Ipparco). Infine, $\Delta L_{max}(t) \geq 17'$. Tutto ciò dimostra che la precisione longitudinale è troppo bassa rispetto alle velocità di moto proprio. Non ci offre alcuna dea di quale potrebbe essere stata la vera data di osservazione.

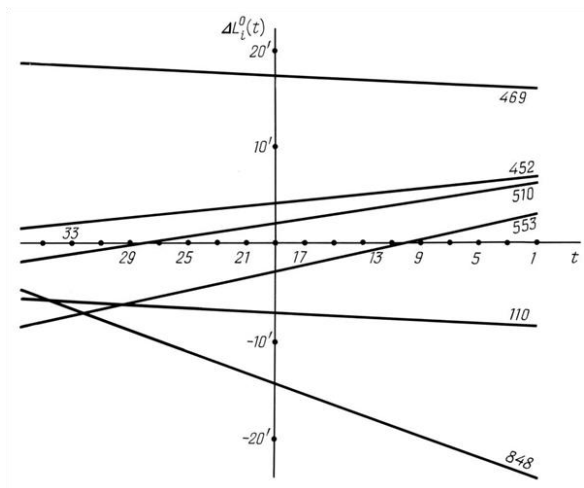


Figura 7.38. Le longitudini delle sei stelle con nome (Arturo = 110 nella numerazione di Bailey, Regolo = 469, Procione = 848, Antares = 553, Spiga = 510, Aselli = 452) e il loro comportamento.

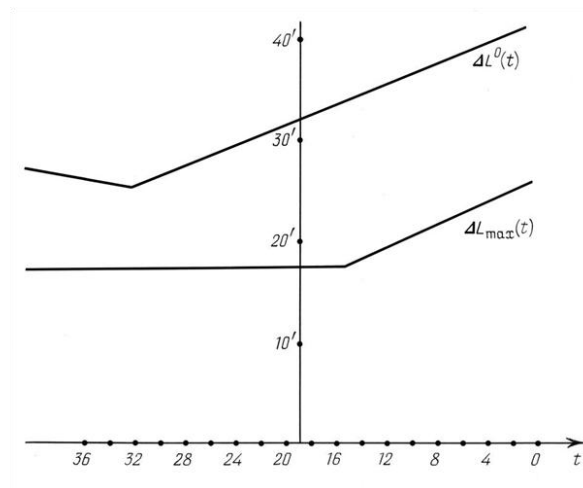


Figura 7.39. Il comportamento delle funzioni $\Delta L_{max}(t)$ e $\Delta L^0(t)$.

I nostri calcoli hanno quindi confermato che le longitudini del catalogo dell'*Almagesto* non sono particolarmente informative a causa del loro basso tasso di precisione. A quanto pare, la vera ragione è stata scoperta da R. Newton ([614]). Afferma che le longitudini dell'*Almagesto* sono state contraffatte da qualcuno (vedi anche il Capitolo 2). Non abbiamo condotto alcuna ricerca approfondita in questa direzione: è anche possibile che l'analisi statistica delle longitudini rilevi dei modelli consecutivi nel loro comportamento. Ciò potrebbe dimostrare l'esistenza di errori di gruppo in alcune parti del catalogo dell'*Almagesto*, per esempio. Tuttavia, a prescindere dal fatto che ciò si riveli essere vero o no, la nostra ricerca dimostra che non ha senso usare le longitudini per ottenere una datazione più precisa del catalogo dell'*Almagesto*.

10. Il comportamento delle discrepanze d'arco nella configurazione che comprende il kernel informativo dell'*Almagesto*.

Nel Capitolo 3 abbiamo già menzionato la possibilità di datare il catalogo tramite un'analisi comparativa di due configurazioni, una delle quali è immobile e composta dalle stelle dell'*Almagesto*, mentre l'altra è mobile e composta da stelle moderne. Abbiamo fatto notare che questo confronto non richiede alcun riferimento alla teoria di Newcomb; per esempio, se dobbiamo considerare solo le differenze della distanza dell'arco. L'uso di questo metodo ci consente di affrontare i seguenti ostacoli: i possibili errori nell'identificazione della stella e la bassa precisione nella misurazione delle coordinate che porta a intervalli di datazione eccessivamente grandi, come pure l'impossibilità di distinguere con questo approccio le coordinate misurate in modo preciso da quelle imprecise: le latitudini e le longitudini, per esempio.

Se dovessimo scegliere il kernel informativo del catalogo dell'*Almagesto* come configurazione da studiare, i primi due ostacoli diventerebbero irrilevanti. Infatti, l'identità delle stelle in questione è certa e la nostra ipotesi primaria implica che la loro precisione sia abbastanza alta, almeno per quanto riguarda la latitudine. A parte questo, il kernel informativo contiene due stelle che si muovono a velocità sufficientemente elevate: Arturo e Procione. È ovvio che l'errore sconosciuto nelle misurazioni della longitudine possa portare ad errori di datazione inestimabili. Tuttavia, il fatto che con questo approccio non abbiamo bisogno di considerare gli errori di gruppo, rende più considerevoli i corrispondenti calcoli. Tuttavia, purtroppo è impossibile stimare gli errori di questi calcoli (almeno, basando tali stime sulla nostra ricerca).

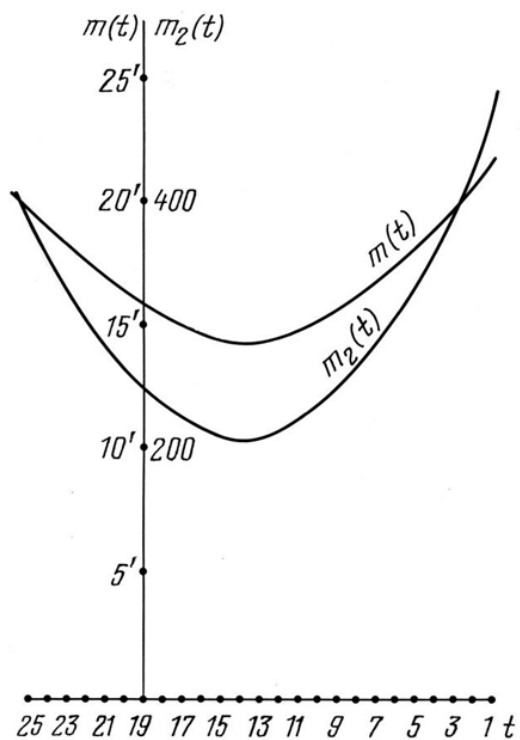


Figura 7.40. I grafici $m_2(t)$ e $m(t)$ che caratterizzano la variazione nella configurazione delle 8 stelle con nome dell'*Almagesto*.

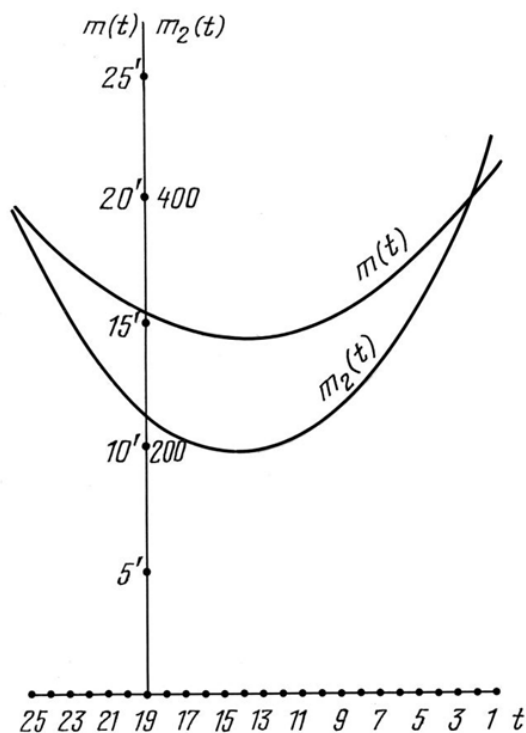


Figura 7.41. I grafici $m_2(t)$ e $m(t)$ che caratterizzano l'alterazione nella configurazione delle 6 stelle con nome dell'*Almagesto*.

Riportiamo i risultati dei calcoli che abbiamo condotto in questa direzione per 8 e 6 stelle con nome dell'*Almagesto*.

Mettiamo che l_{ij}^A rappresenti la distanza d'arco tra le stelle dell'*Almagesto* i e j . Presumeremo che l_{ij}^t rappresenti la distanza simile tra le stelle moderne, calcolata per il momento di osservazione $t = 1, \dots, 25$. Il numero di stelle nella configurazione in studio sarà rappresentato da n . Segniamo

$$m_2(t) = \frac{2}{n(n-1)} \sum_{i>j} (l_{ij}^t - l_{ij}^A)^2,$$

$$m(t) = \sqrt{m_2(t)}.$$

Il valore di $m(t)$ può essere considerato come la distanza generalizzata tra la configurazione calcolata per l'epoca t e la rispettiva configurazione delle stelle dell'*Almagesto*. I punti minimi delle

funzioni $m_2(t)$ e $m(t)$ devono essere vicini alla data di compilazione del catalogo. Nella **Figura 7.40** si possono vedere i grafici delle funzioni $m_2(t)$ e $m(t)$ per la configurazione di 8 stelle con nome dell'*Almagesto*, mentre nella **Figura 7.41** gli stessi grafici per la configurazione di 6 stelle con nome.

È ovvio che in entrambi i casi possiamo vedere un punto minimo ben distinto che cade su $t = 14$ (il 500 d.C.). In entrambi i casi, il valore minimo di $m(t)$ è pari più o meno a $14'$, che corrisponde al tasso medio di precisione di $10'$ per ogni coordinata. La datazione del 500 d.C. si trova molto chiaramente a una distanza considerevole dalla data di Scaligero della compilazione dell'*Almagesto*.

Il fatto che la datazione a cui siamo giunti, il 500 d.C., sia più antica rispetto all'intervallo di datazione calcolato sopra con l'aiuto dell'analisi latitudinale, è spiegato dal fatto che l'errore longitudinale preso indipendentemente dalle latitudini assume il valore minimo in $t \approx 31$, ossia il 1200 a.C., vedere il paragrafo 9. La datazione dell'*Almagesto* al 1200 a.C. ovviamente non ha alcun senso, tuttavia bisogna tener presente che il minimo della discrepanza longitudinale media si manifesta molto male, per cui il tasso di precisione di questa datazione potrebbe essere pari a diversi millenni. In altre parole non contraddice nulla, vedere le **Figure. 7.38 e 7.39**. D'altra parte, il minimo della discrepanza latitudinale avviene in $t = 10$, ossia il 900 d.C. ed è molto più ovvio. Tutto ciò risulta nel minimo delle aberrazioni dell'arco medio quadratico che cade nel punto intermedio $t = 14$, ovvero il 500 d.C. Questa datazione è molto più vicina al punto minimo latitudinale rispetto che a quello longitudinale.

11. Conclusioni.

- 1) La stima della datazione del catalogo dell'*Almagesto* con le procedure statistiche e geometriche che abbiamo suggerito si trova nell'intervallo tra il 600 d.C. e il 1300 d.C.
- 2) Le datazioni precedenti il 600 d.C. non ci offrono alcuna opportunità di far coincidere la sfera celeste effettiva e l'atlante stellare dell'*Almagesto*, con le discrepanze latitudinali di tutte le stelle che formano il kernel informativo dell'*Almagesto* che rimangono sotto la soglia dei $10''$.
- 3) Persino se dovessimo presumere che la precisione del catalogo dell'*Almagesto* sia pari a $15'$ e non a $10'$, l'epoca scaligeriana di Tolomeo (I-II secolo d.C.) rimarrebbe al di fuori del possibile intervallo di datazione.
- 4) Anche cambiando il contingente del kernel informativo dell'*Almagesto* non porterebbe all'inclusione del periodo di vita di Tolomeo (secondo Scaligero) nel possibile intervallo di datazione.
- 5) Nemmeno gli errori effettivi nella fabbricazione di strumenti astronomici che portano a distorsioni non lineari della sfera celeste nel catalogo, sono in grado di spostare o ampliare abbastanza l'intervallo di datazione, tanto da includere l'epoca scaligeriana di Tolomeo.